



T531

# THESE

présentée par

**Djelloul MOUSSAOUI**

pour le grade de **DOCTEUR**

de **l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

( Arrêté ministériel du 30 mars 1992 )

( Spécialité : GÉNIE ÉLECTRIQUE )

---

---

## PROPRIÉTÉS BIDIMENSIONNELLES STATIQUES ET DYNAMIQUES DES TÔLES MAGNÉTIQUES

---

---

Date de soutenance : 3 octobre 1997

Composition du jury :

Messieur	J.P. MASSON	Président
Monsieurs	J.L. PORTESEIL	Examineurs
	R. KACZMAREK	
	B. CORNUT	
Madame	A. KEDOUS - LEBouc	

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble



# THESE

présentée par

Djelloul MOUSSAOUI

pour le grade de DOCTEUR

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

( Arrêté ministériel du 30 mars 1992 )

( Spécialité : GÉNIE ÉLECTRIQUE )

---

---

## PROPRIÉTÉS BIDIMENSIONNELLES STATIQUES ET DYNAMIQUES DES TÔLES MAGNÉTIQUES

---

---

Date de soutenance : 3 octobre 1997

Composition du jury :

Messieur	J.P. MASSON	Président
Monsieurs	J.L. PORTESEIL	Examineurs
	R. KACZMAREK	
	B. CORNUT	
Madame	A. KEDOUS - LEBOUC	

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble





Je tiens à exprimer mes remerciements à :

Monsieur J.P MASSON Professeur à l'Université Claude Bernard-Lyon1, qui a présidé le jury de cette thèse pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et pour avoir accepté d'en être rapporteur.

Monsieur J.L Porteseil professeur à L'UJF de Grenoble, dont les remarques précieuses ont contribué à l'enrichissement de ce travail. Qu'il soit assuré de ma profonde admiration et de mon plus grand respect.

Monsieur R. KACZMAREK responsable de l'équipe matériaux de SUPÉLEC pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et pour avoir accepté de participer au le jury.

Mme A. KEDOUS-LEBOUC chargé de recherche au CNRS, pour avoir suivi ce travail avec beaucoup d'intérêt. Je lui exprime ma profonde gratitude pour sa grande disponibilité, sa patience pour me transmettre sa passion de la caractérisation et des modèles de comportement magnétique. Qu'elle soit assurée de mon plus grand respect et de ma profonde admiration.

Monsieur B. CORNUT professeur à l'INPG, pour le suivi du travail, les nombreux conseils qu'il m'a prodigués et ses remarques constructifs lors de la rédaction du manuscrit. Je tiens à lui exprimer mes plus vifs remerciements.

Mes amis Med ALLAM et R. LAOUAMER pour leurs aides notamment durant certains longues soirées que nous avons passées ensemble. Qu'ils soit assurés ainsi que F. GUETARNI et H. BENKACEMI, de mes sincères amitiés.

Melle S. GUFFON pour son aide précieuse. Qu'elle trouve ici un geste de ma profonde amitié.

Monsieur S. SPORNIC pour le travail que nous avons mené en commun et son intelligence. Qu'il soit assuré ainsi que sa femme CRISTINA de ma profonde amitié.

Je n'oublie pas tous les autres, Christophe, Stéphane, Damien, Christian, Samuel, Coralie, Alain, Patrick (le sauveur), Djamel, Moez, Bassma et rafika enfin les permanents du labo et notamment : Stéphane, Ogier, Tomasik (médiathécaire), Jasiane, Jacqueline, Gentil, Mallet et Davoire.

Qu'ils me soit permis de remercier chaleureusement tous les collègues, chercheurs, ingénieurs et techniciens du laboratoire, que j'ai connu de près ou de loin et avec lesquels j'ai fait ce bout de route pendant trois années.



À ma femme pour m'avoir incité à continuer ma thèse à partir de l'autre rive de la Méditerranée,

À mes parents,

À tous ceux qui me sont chers



## **SOMMAIRE**



## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b>	<b>5</b>
 <b>CHAPITRE I :</b> <b>LA MESURE MAGNETIQUE EN "CHAMP TOURNANT"</b> <b>ET LE BANC DE CARACTERISATION ASSOCIE</b>	
<b>I.1 INTRODUCTION</b>	<b>9</b>
<b>I.2 DISPOSITIFS DE MESURE EN CHAMP TOURNANT ET BANC ASSOCIES</b>	<b>10</b>
I.2.1 Banc de mesure	14
I.2.2 Amélioration de l'asservissement	15
<u>I.2.2.a Principe du nouvel asservissement</u>	16
<u>I.2.2.b Performances de l'asservissement réalisé</u>	18
<b>I.3 ETUDE COMPARATIVE DES DISPOSITIFS DE MESURE RSST 80, RSST 300 ET SST 300</b>	<b>19</b>
I.3.1 Conditions expérimentales et critères de comparaison	19
I.3.2 Pertes et champ magnétique comparés en régime uniaxial long et travers	20
<u>I.3.2.a SST 300 et le RSST 300</u>	20
<u>I.3.2.b RSST 300 et le RSST 80</u>	21
I.3.3 Pertes magnétiques en 2D	22
I.3.4 Cycles d'hystérésis $B'(H')$	23
<u>I.3.4.a Présentation</u>	23
<u>I.3.4.b Comparaison</u>	25
I.3.5 Diagramme polaire $H_y(H_x)$	26
<b>I.4 CONCLUSION</b>	<b>28</b>

## CHAPITRE II COMPORTEMENT MAGNÉTIQUE FRÉQUENTIEL

II.1 INTRODUCTION	30
II.2 ÉTUDE DES PERTES MAGNÉTIQUES ; ASPECT SCALAIRE	31
II.2.1 Échantillons utilisés et conditions d'essai	31
II.2.2 Application du modèle de Bertotti-Fiorillo	33
II.2.2.a Le modèle	33
II.2.2.b Exploitation simplifiée du modèle	34
II.2.2.c Généralisation du modèle pour une induction tournante	35
II.2.2.d Identification et Application du modèle Bertotti-Fiorillo	35
II.2.3 Modèle de représentation des pertes magnétiques par hystérésis obtenu à partir du calcul du couple d'une machine à induction monophasée	37
II.2.3.a Couple électromagnétique développé dans une machine asynchrone monophasée	38
II.2.3.b Principe du modèle	39
II.2.3.c Modèle des pertes par hystérésis en champ tournant	40
II.2.4 Modèle mixte combinant le modèle précédent et celui développé par Bertotti et Fiorillo	41
II.2.4.a Étude des variations de $K_{hr}$ et $K_{er}$ pour différents niveaux d'induction tournante	41
II.2.4.b Exploitation et validation	42
II.3 ETUDE DU CHAMP MAGNETIQUE : relation vectorielle $B(H)$	45
II.3.1 Diagrammes polaires $H_y(H_x)$	45
II.3.2 Analyse de l'amplitude et de la phase de $H$ au cours de la rotation de $B$	47
II.4 CONCLUSION	51

## CHAPITRE III COMPORTEMENT RÉVERSIBLE DU FESI GO EN RÉGIME D'INDUCTION CIRCULAIRE

III.1 INTRODUCTION	53
--------------------	----



<b>III.2 CORRECTION DES MESURES RÉALISÉES</b>	<b>54</b>
<b>III.3 LA CARACTÉRISTIQUE RÉVERSIBLE</b>	<b>56</b>
III .3.1 Méthode de détermination de la caractéristique réversible	57
III.3.2 Validation et limite de la méthode	59
<b>III.4 ANALYSE DU COMPORTEMENT RÉVERSIBLE</b>	<b>64</b>
III.4.1 Comportement réversible à basse induction (<1T)	65
III.4.2 Comportement réversible à 1.2T	66
<b>III.5 CONCLUSION</b>	<b>68</b>
 <b>CHAPITRE IV</b>	
<b>MODELISATION DES LOIS DU COMPORTEMENT RÉVERSIBLE</b>	
<b>IV.1 INTRODUCTION</b>	<b>71</b>
<b>IV.2 MODÈLE D'AIMANTATION HOMOGÈNE</b>	<b>72</b>
IV.2.1 Énergie d'anisotropie d'un monocristal Goss	72
IV.2.2 Énergie d'anisotropie apparente issue de l'expérience	73
IV.2.3 Influence de la désorientation de la texture	75
IV.2.3 Application du modèle	76
<b>IV.3 INTRODUCTION DE LA STRUCTURE EN DOMAINES</b>	<b>79</b>
<b>IV.4 PRISE EN COMPTE DE L'ÉNERGIE DE PAROIS</b>	<b>83</b>
<b>IV.5 CONCLUSION</b>	<b>85</b>
 <b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b>	 <b>87</b>
 <b>BIBLIOGRAPHIE</b>	 <b>90</b>
 <b>ANNEXE</b>	 <b>95</b>



# **INTRODUCTION**



## INTRODUCTION

La connaissance des performances des matériaux magnétiques constitue l'une des préoccupations majeures en Électrotechnique. Une conception rigoureuse des machines électriques impose une prise en compte du comportement réel des grandeurs magnétiques  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$ . Les phénomènes magnétiques présentent des complexités et une interdépendance qui rend leur modélisation difficile. Ceci est d'autant plus vrai que dans la réalité on rencontre des conditions plus difficiles à reproduire sur les dispositifs d'instrumentation comme par exemple des situations où l'induction n'est plus unidirectionnelle suivant l'axe de laminage ou transverse mais tournante. Cela est vérifié dans le cas d'un transformateur. Les études ont montré que l'induction magnétique s'y répartit différemment le long du circuit magnétique. Ainsi au niveau des joints en T d'un transformateur triphasé elle n'est pas orientée suivant la direction privilégiée mais prend des orientations et des formes variables, les plus simples étant des cercles ou des ellipses. Bien que les champs tournants soient limités à certaines régions du circuit magnétique ( joint du transformateur, culasse d'un alternateur) ils contribuent à un accroissement des pertes totales de la machine, pouvant dépasser 20% des pertes estimées en régime unidirectionnel.

Dans le but de reproduire et de se rapprocher des formes réelles du flux magnétique le Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble s'est intéressé aux problèmes liés aux champs tournants. Deux thèses préparées sur le sujet ont abouti à la réalisation de deux dispositifs de mesure en champ tournant [NEN-94][ZOU-91]. Initialement intéressants pour déterminer les pertes magnétiques en induction circulaire, ces bancs de mesure s'avèrent, grâce aux progrès de l'électronique et de l'informatique, un outil puissant pour caractériser les tôles magnétiques. Ceci est intéressant pour deux raisons essentielles :

- d'une part, ce type de dispositif permet de déterminer les propriétés du matériau dans ses conditions réelles d'utilisation et d'en tenir compte dans le calcul des machines,
- d'autre part, il permet d'analyser finement le comportement du matériau magnétique dans des conditions d'excitations diverses et d'aboutir à des lois macroscopiques permettant une représentation physique valable du matériau. En effet plusieurs modèles ont été élaborés dans le but d'interpréter le comportement bidirectionnel non linéaire et anisotrope des tôles magnétiques. Ils font nécessairement appel aux caractéristiques expérimentales, car les mécanismes physiques mis en jeu présentent des complexités extraordinaires impossibles à quantifier à priori.

Notre travail s'inscrit dans la suite logique de ses travaux, l'objectif étant d'exploiter ces bancs de mesure pour une meilleure caractérisation et compréhension des matériaux magnétiques.

Notre travail a d'abord été l'occasion de déterminer la précision des résultats fournis par chacun des dispositifs mis au point antérieurement. Pour cela les appareils ont été comparés entre eux et comparés au cadre à une bande (SST 300) qui constitue le cadre de référence. Trois types de tôles magnétiques ont été caractérisées en régime d'induction unidirectionnelle suivant les directions de laminage, transverse et à  $45^\circ$ . Il s'agit de FeSi GO 0,3, Fe NO 0,65 et FeSi NO 0,3 dont le choix couvre la palette des qualités des tôles disponibles. Nous avons aussi amélioré l'asservissement afin de caractériser les échantillons dans des conditions où la forme et la vitesse de  $\mathbf{B}$  sont précisément contrôlées. Nous analyserons les résultats dans le but de les comprendre et de tirer les enseignements sur la poursuite du travail.

Dans le chapitre II nous nous intéresserons au comportement dynamique des matériaux magnétiques à travers les deux aspects : scalaire (les pertes) et vectoriel ( $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ ). L'induction est circulaire tournant à vitesse constante et la fréquence est variable. Nous présenterons deux modèles scalaires, notamment celui de Bertotti et Fiorillo qui apparaît comme étant le plus pertinent. Ils seront suivis d'une application afin d'apprécier leurs performances ainsi que leurs limites. Le comportement avec la fréquence sera ensuite analysé à travers la relation  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ . Les mesures expérimentales permettront de quantifier et de comprendre l'influence des phénomènes dissipatifs (la fréquence) sur l'évolution des caractéristiques magnétiques (amplitude  $H$  et déphasage entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$ ). Cette étude orientera notre vision sur les choix à faire quant au type de modèle à étudier et au mécanisme qui doit être modélisé.

Le chapitre III développe le comportement réversible de la tôle FeSi GO sous une induction circulaire. Nous proposerons d'abord une méthode qui permet d'obtenir cette caractéristique à partir des mesures dynamiques car la mesure directe est difficile à obtenir, voire impossible. Nous analyserons ensuite la contribution de l'anisotropie à partir de la relation vectorielle  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ . L'aspect vectoriel permet de rendre compte davantage des phénomènes microscopiques. Il constitue le véritable miroir du comportement magnétique. C'est sur lui que s'est porté notre choix afin de tirer le maximum de compréhension du comportement magnétique. Cela permet aussi d'ouvrir la voie à l'élaboration d'un modèle vectoriel réversible.

Enfin dans le chapitre IV nous présenterons deux tentatives de modélisation vectorielle du comportement réversible. Un premier modèle est basé sur une représentation homogène du matériau. L'application du modèle va révéler des insuffisances. Nous essaierons alors de prendre en compte la structure en domaines. Ce deuxième modèle évaluera l'importance de l'énergie d'anisotropie contenue dans les parois et dans les domaines de fermeture.

## **CHAPITRE I**

# **LA MESURE MAGNETIQUE EN "CHAMP TOURNANT" ET LE BANC DE CARACTERISATION ASSOCIE**





## CHAPITRE I

# LA MESURE MAGNETIQUE EN "CHAMP TOURNANT" ET LE BANC DE CARACTERISATION ASSOCIE

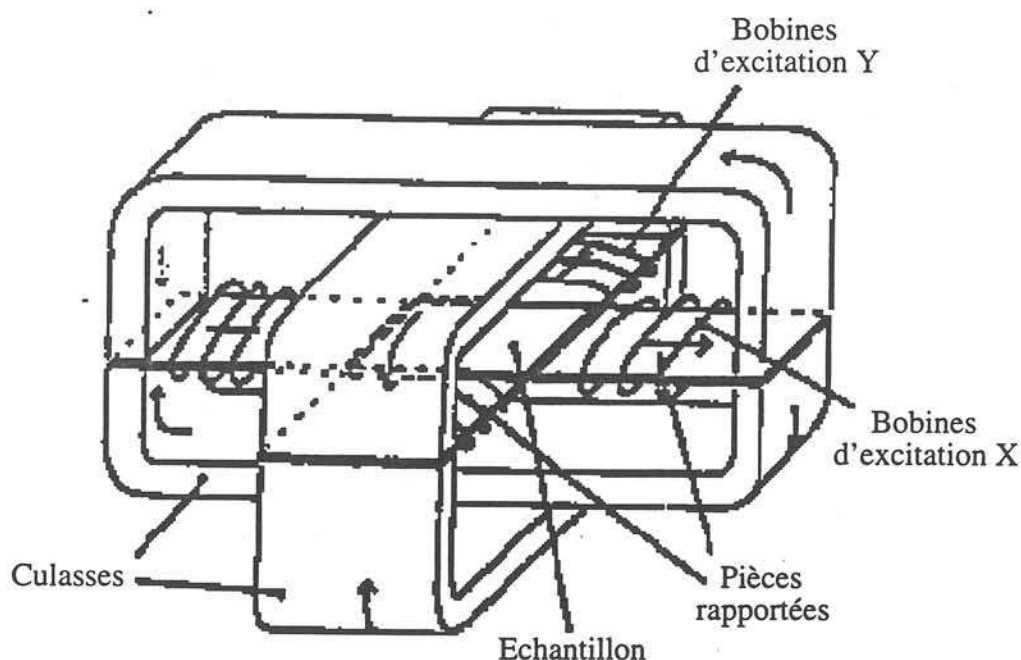
### I.1 INTRODUCTION

Dans les régions soumises aux champs tournants comme dans le cas des joints en T des transformateurs triphasés ou encore d'un stator d'une machine synchrone ou asynchrone, des pertes supplémentaires se développent et contribuent à l'augmentation du facteur de construction de la machine. Ces pertes ne peuvent être mises en évidence par des bancs de mesure classiques capables seulement de mesurer les pertes en régime alternatif unidirectionnel. C'est pour cela que depuis que le Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble s'intéresse à ces phénomènes, deux dispositifs de caractérisation des tôles en régime bidirectionnel ont été développés. Un premier prototype, le RSST 80 mm a été conçu en 1989 [GEO-88][ZOU-91]; il permet de caractériser des tôles de  $80 \times 80 \text{ mm}^2$  mais présente quelques imperfections. Un deuxième banc de caractérisation en champ tournant a été développé [NEN-94]. Il est plus performant et permet de déterminer les propriétés magnétiques d'échantillons de dimension  $300 \times 300 \text{ mm}^2$  ou  $500 \times 500 \text{ mm}^2$  en régime d'induction tournante d'une part et, en régime unidirectionnel d'orientation quelconque dans le plan de la tôle, d'autre part. Il a été réalisé suite à des simulations bidimensionnelle et tridimensionnelle utilisant les logiciels FLUX2D et FLUX3D grâce auxquelles l'influence de nombreux paramètres physiques et géométriques a été analysée. Dans ce chapitre nous allons présenter de manière succincte les deux dispositifs de caractérisation ainsi que le banc d'alimentation et de mesure qui leur est associé. Il est important dans ce type de mesure de contrôler la forme de l'induction ou du champ magnétique d'excitation. Dans notre cas nous imposons la forme du vecteur **B**. Un nouvel asservissement plus performant a été développé permettant de maintenir dans le plan de la tôle une induction uniaxiale sinusoïdale, circulaire ou elliptique. Nous présenterons ensuite une étude comparative entre le RSST 80 mm et le RSST 300 mm et également le SST 300 [KED-87]. Ce dernier est un cadre à une bande qui permet uniquement des mesures unidirectionnelles et qui sera considéré comme le dispositif de référence pour ces conditions d'essais. La comparaison a pour but d'évaluer les performances de chacun des dispositifs. Elle est menée en régime d'induction sinusoïdale et circulaire. Comme grandeurs magnétiques, nous nous intéresserons aux pertes et aux valeurs crêtes du champ magnétique.

Nous analyserons également les diagrammes polaires  $H_Y(H_X)$  correspondant à la trajectoire du champ  $\mathbf{H}$  dans le plan de la tôle. Nous comparerons aussi les formes des cycles d'hystérésis obtenus en champ tournant. Ces cycles ont été introduits pour représenter géométriquement, comme dans le cas des mesures conventionnelles en induction unidirectionnelle, les pertes magnétiques (la surface du cycle est proportionnelle aux pertes).

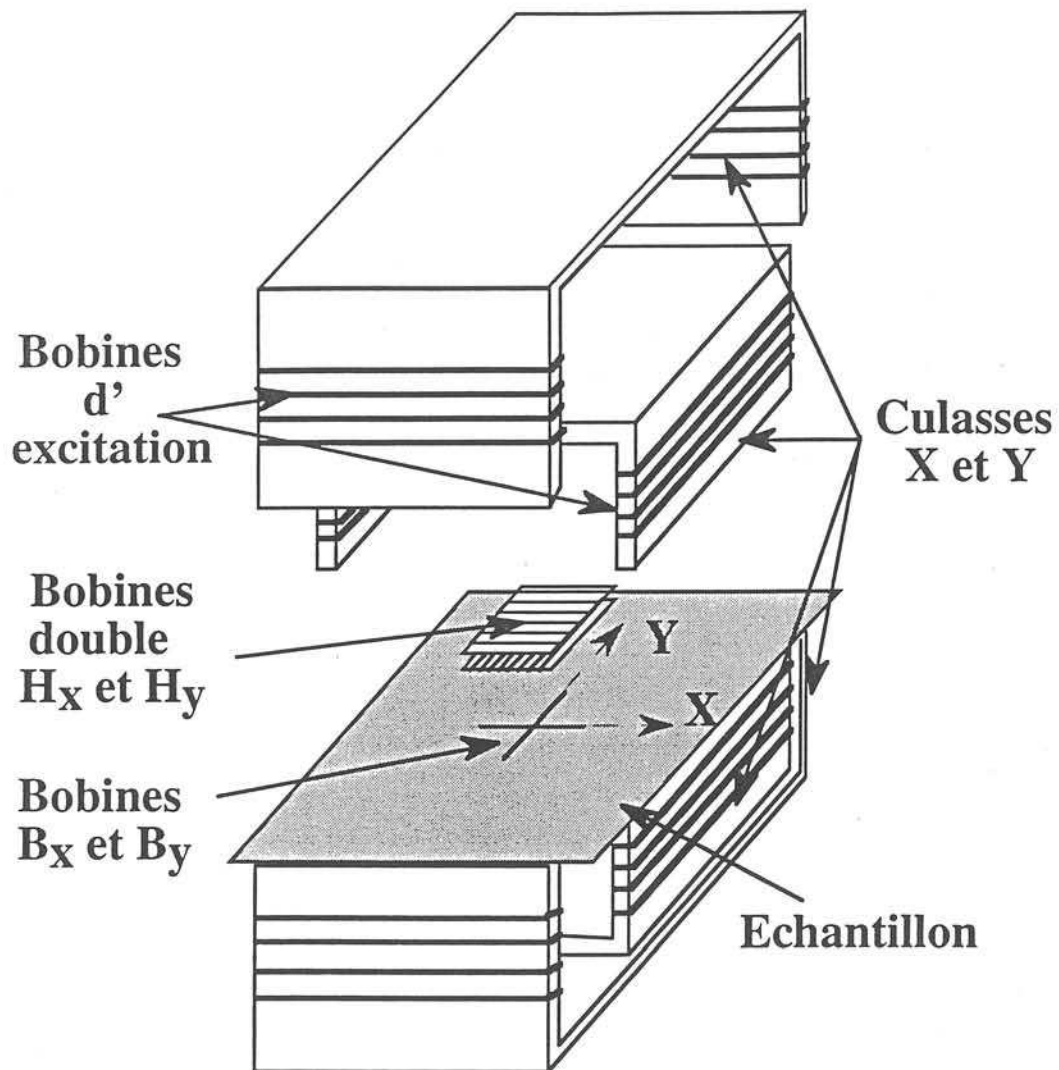
## I.2 DISPOSITIFS DE MESURE EN CHAMP TOURNANT ET BANC ASSOCIES

Le laboratoire a construit deux dispositifs permettant de caractériser les tôles magnétiques en champ tournant et respectivement désignés par le RSST 80 et le RSST 300. RSST est l'acronyme de "Rotational Single Sheet Tester" et les nombres 80 et 300 représentent la dimension de la tôle en millimètres. Les deux systèmes sont basés sur le même principe (figure I.1.a et I.1.b).



*Figure I.1.a Dispositif de mesure des pertes magnétiques en champ tournant*

*RSST 80 [ZOU-91]*



*Figure I.1.b Dispositif de mesure des pertes magnétiques en champ tournant  
RSST 300 [NEN-94]*

- l'échantillon test est de forme carrée, il est découpé dans une tôle parallèlement et perpendiculairement à la direction de laminage. Ces deux directions principales de la tôle sont respectivement appelées X et Y.

- deux paires de culasses perpendiculaires assurent la fermeture du circuit magnétique suivant les axes X et Y. L'utilisation de deux culasses par axe permet d'obtenir une distribution symétrique du flux dans l'épaisseur de la tôle.

- des bobines d'excitation, placées suivant X et Y, permettent de créer un champ tournant ou unidirectionnel au centre de la tôle.

- les courants des bobines d'excitation ne nous permettent pas de déterminer le champ magnétique de façon correcte compte tenu de la complexité de la structure du dispositif qui présente une géométrie tridimensionnelle au travers de laquelle peuvent exister des flux de fuites

importants. On est donc amené à utiliser des bobines détectrices qui permettent de capter les composantes du champ ( $H_x$ ,  $H_y$ ). La zone de mesure est limitée à un carré situé au centre de l'échantillon, là où le champ appliqué reste uniforme. L'induction est mesurée à l'aide de bobines réalisées à partir des trous percés dans la tôle. Le champ  $\mathbf{H}$  est obtenu grâce à un système de deux bobines placées le plus près possible de la surface de l'échantillon.

Les caractéristiques des deux cadres RSST 80 et RSST 300 sont résumées dans le tableau 1. On remarque qu'ils diffèrent principalement par :

- les dimensions des échantillons utilisés : elles sont respectivement de 80x80 mm<sup>2</sup> et 300x300 mm<sup>2</sup>,
- la zone de mesure : (80x80) mm<sup>2</sup> pour le cadre RSST 300, et (30x30) mm<sup>2</sup> pour RSST 80.
- la méthode de mesure du champ magnétique  $\mathbf{H}$  : pour le cadre RSST 80, elle se fait à l'aide d'une seule bobine par axe de mesure placée à une hauteur fixe. Pour le cadre RSST 300, on utilise sur chaque axe un dispositif de deux bobines superposées qui permettent d'avoir une meilleure précision du champ à la surface de l'échantillon .

	Echantillon (mm <sup>2</sup> )	Bobine d'induction (B <sub>x</sub> et B <sub>y</sub> )	Bobine de champ (H <sub>x</sub> et H <sub>y</sub> )	Méthode de mesure de <b>H</b> avec une seule bobine/axe	Méthode de mesure de <b>H</b> avec deux bobines / axe	Entrefer
RSST 80	A ≤ 80x80	3x 7 spires couvrant 20x30 mm <sup>2</sup>	Bobine à une couche de 165 spires couvrant 20x20 mm <sup>2</sup>	Placée à une hauteur de 2,5 mm de la surface de l'échantillon	Non réalisé	# 0,1 mm
RSST 300	A ≥ 300x300 et A ≤ 500x500	10 spires centrales de 80 mm de large	bobines à une couche de 1366 spires couvrant 80x80 mm <sup>2</sup>	Non réalisé	placées à des hauteurs respectives de 3 et 8 mm par rapport à la surface de l'échantillon	bien défini et valeur optimale pour 1,5 mm
commentaires	Echantillons de laboratoire et industriel	Les zones de mesure ont été optimisées par simulation num Des analyses expérimentales du champ ont permis de valider les résultats pour les deux dispositifs -RSST 80---2D [ZOU-91]. -RSST 300----- 2D et 3D [NEN-95], [NEN-96] et [NEN-96-1].		<b>H</b> est supposé constant sur l'axe perpendiculaire au centre de la tôle		l'entrefer assure une meilleure homogénéité du champ dans le plan de la tôle [NEN-94]

A : Surface de l'échantillon en mm<sup>2</sup>

Tableau I.1 Caractéristiques des cadres RSST80 et RSST300.

## I.2.1 Banc de mesure

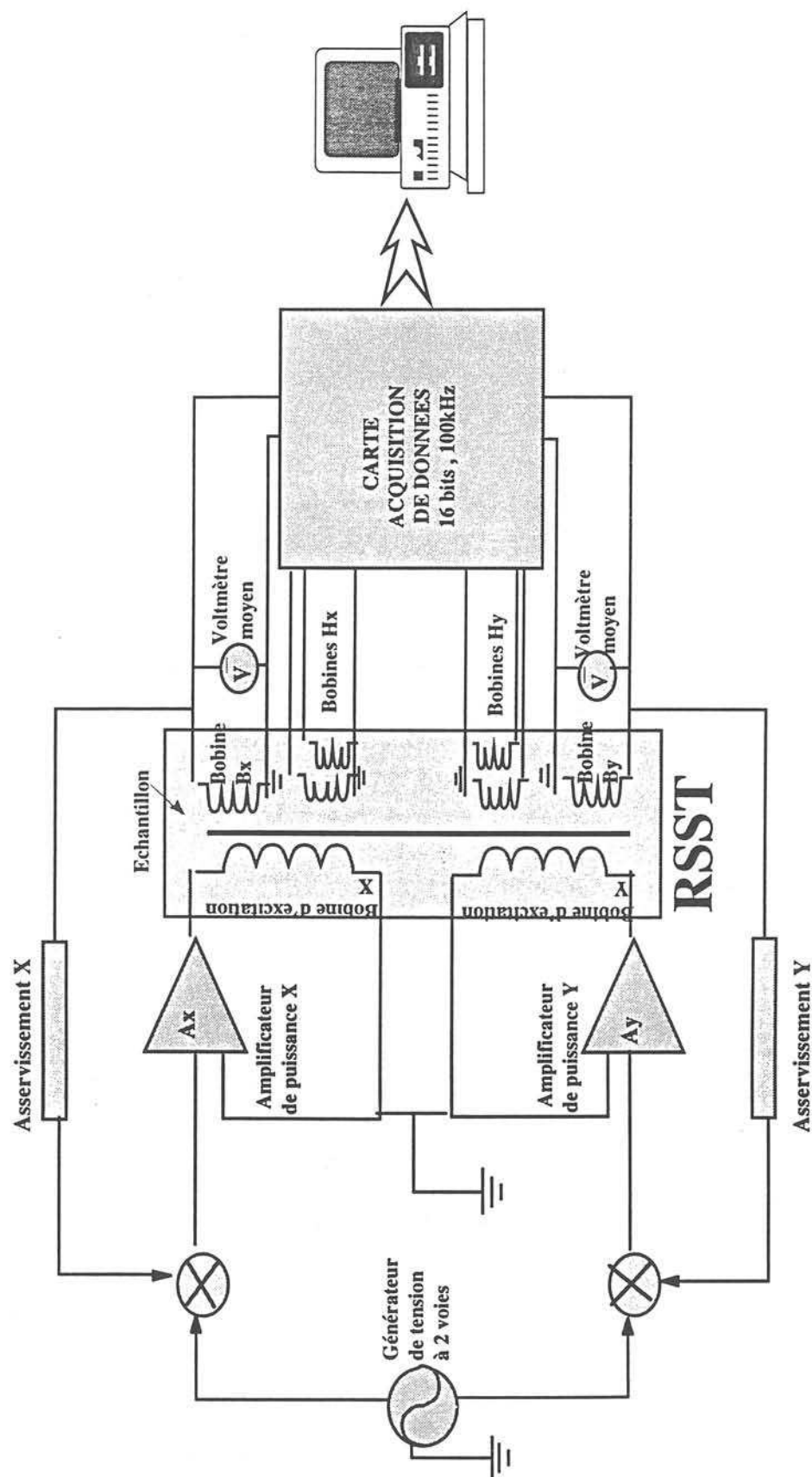


Figure I.2 Configuration générale du banc de mesure

Les deux dispositifs de mesure en champ tournant RSST80 et RSST300 peuvent être adaptés au même banc d'alimentation et de mesure (figure I.2), qui se compose de :

- un générateur de fonction type ADRET (réf. 3100B) à deux voies permettant de délivrer deux signaux déphasés de  $90^\circ$ ,
- deux amplificateurs de puissance de marque BOUYER possédant chacun une puissance nominale de 600W sur  $8\ \Omega$ ,
- un bloc d'asservissement analogique à deux voies qui permet d'imposer des inductions  $B_x$  et  $B_y$  de forme sinusoïdale. L'asservissement existant a été optimisé pour obtenir des inductions circulaires ou elliptiques tournant à une fréquence de 50Hz. Nous avons en plus développé un deuxième asservissement plus performant permettant un meilleur contrôle de la forme d'onde même à des fréquences plus faibles.
- une carte d'acquisition type National Instruments ATMIO 16X qui permet de mesurer les quatre ou six signaux issus des bobines de  $H$  et  $B$ . Les caractéristiques de la carte sont les suivantes :
  - . résolution 16 bits,
  - . fréquence maximale d'échantillonnage = 100 kHz,
  - . 8 entrées analogiques en mode différentiel,
  - . gain programmable pour chaque voie (1, 2, 5, 10, 20, 50, 100).
- un logiciel développé au laboratoire qui assure la commande du banc de mesure grâce à des bibliothèques de programme (logiciel commercialisé Lab-Windows) qui permettent une gestion de la carte d'acquisition ainsi que les traitements numériques et graphiques.

Le banc de mesure permet de caractériser les tôles en régime d'induction tournante circulaire ou en régime unidirectionnel le long d'un axe quelconque du plan de la tôle.

### I.2.2 Amélioration de l'asservissement

Compte tenu de la non linéarité des matériaux magnétiques et des imperfections des dispositifs de mesure (résistances des bobines non nulles, fuites), il est impossible d'imposer directement et en boucle ouverte la forme de l'induction magnétique par la tension d'alimentation. On réalise alors une contre réaction et on contrôle la qualité de l'asservissement, dans le cas de signaux sinusoïdaux, par le facteur de forme  $ff$  ( $ff = \frac{\tilde{V}_B}{\bar{V}_B}$  où  $\tilde{V}_B$  et  $\bar{V}_B$  correspondent respectivement à la valeur efficace du signal et la valeur moyenne du signal redressé :  $ff=1,11$  pour un sinus). Dans les conditions d'essais normalisés (cadre Epstein ou cadre à bande unique), les déformations de l'induction sont faibles. Une contre réaction simple, de type proportionnel par exemple, peut être suffisante ; pour les tôles FeSi GO elle n'est même pas nécessaire. Pour les cadres RSST, les



signaux issus des bobines de  $B_x$  ou  $B_y$  sont très déformés. Les facteurs de forme peuvent augmenter de 50% par rapport au sinus même à des niveaux d'inductions faibles. Ils dépendent de la qualité du matériau, de l'axe d'excitation et de la fréquence du signal (ff augmente quand la fréquence diminue). Pour imposer une induction circulaire ou elliptique, un asservissement de  $B_x$  et  $B_y$  a donc été réalisé. Optimisé pour une fréquence de 50Hz, il permettait d'atteindre des facteurs de forme très satisfaisants (écart inférieur à 1% relativement au sinus). Cependant la qualité de cet asservissement se dégrade vite dès qu'on cherche à travailler à basse fréquence ou à des inductions plus élevées (supérieures à 1,5T pour les tôles FeSi NO et 1,2T pour les tôles FeSi GO). C'est pourquoi nous avons développé un nouveau système d'asservissement analogique qui permet d'augmenter l'efficacité de la contre réaction.

### I.2.2.a Principe du nouvel asservissement

La réalisation d'un asservissement passe par une analyse de la réponse du système en boucle ouverte. Nous nous sommes intéressés à la réponse harmonique pour des faibles signaux d'entrée. La figure I.3 donne à titre d'exemple la fonction de transfert du système obtenue pour une tôle Fe NO et FeSi GO et pour des excitations le long de la direction de laminage et la direction perpendiculaire.

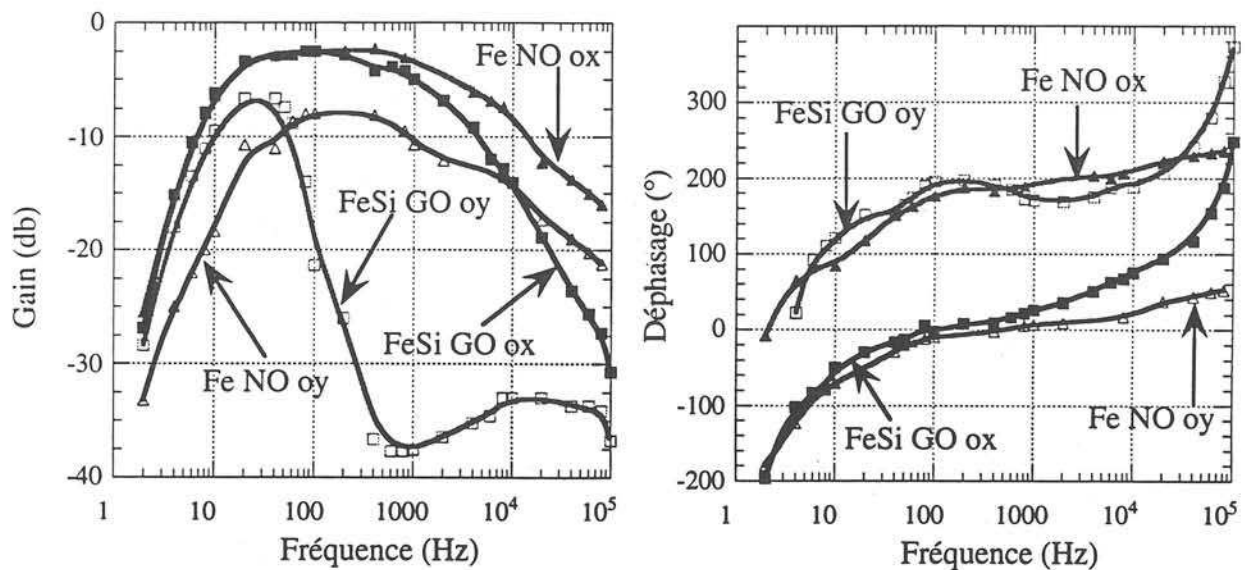


Figure I.3 Fonction de transfert en boucle ouverte obtenue pour deux types d'échantillons FeSi GO 0,3 et Fe NO 0,65 suivant la direction de laminage (OX) et la direction transverse (OY).

L'ancien asservissement est basé sur un correcteur proportionnel. Cependant, une contre réaction efficace nécessite un gain important et engendre des instabilités (battement ou divergence du signal) quand le système est en boucle fermée. Deux correcteurs basse et haute fréquence ont été alors introduits pour pallier ces problèmes (figure I.4).



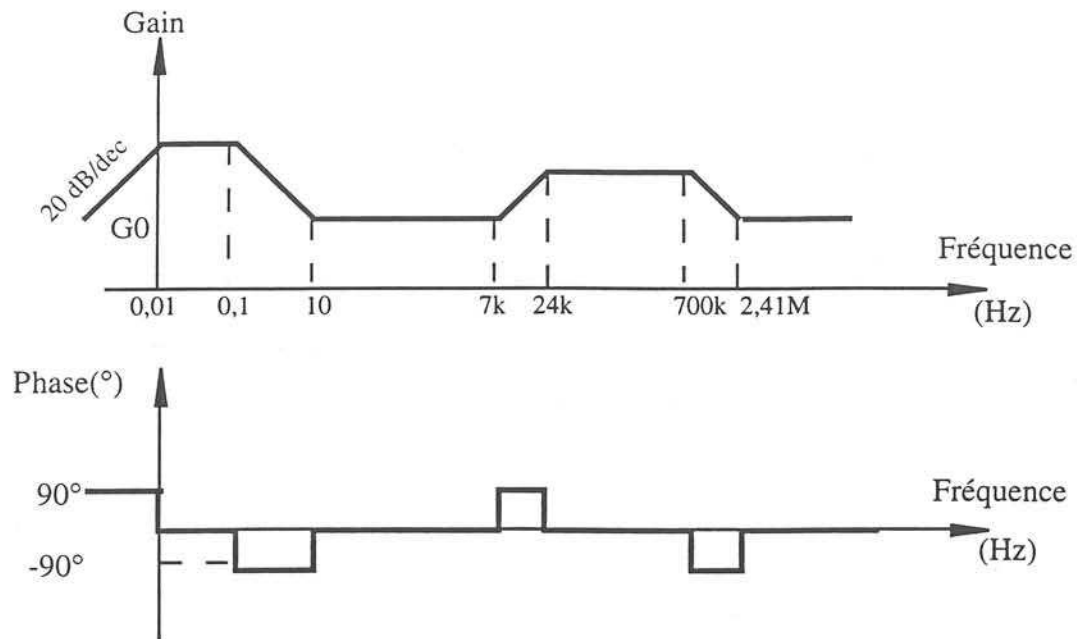


Figure I.4 Diagramme de Bode asymptotique du correcteur de l'ancien asservissement

Dans le nouvel asservissement (figure I.5) nous avons introduit un correcteur qui amplifie les harmoniques du signal dans la plage utile de travail de telle façon qu'en boucle fermée l'atténuation de ces harmoniques soit plus forte que dans le cas d'un gain constant (ancien asservissement). Cette méthode permet aussi de mieux gérer la non linéarité du matériau et les instabilités rencontrés dans l'ancien asservissement sont plus faciles à compenser.

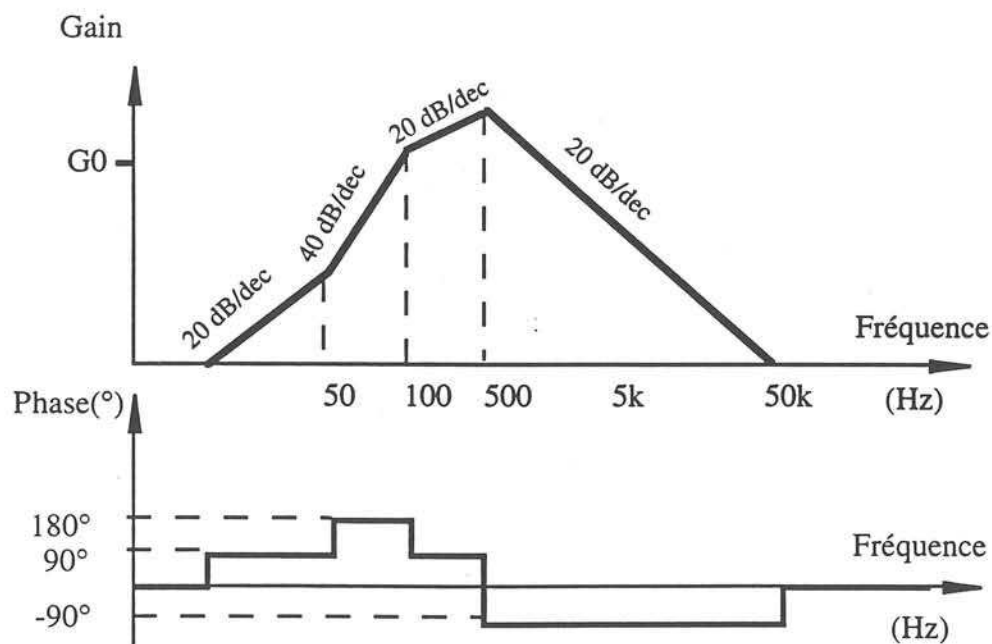
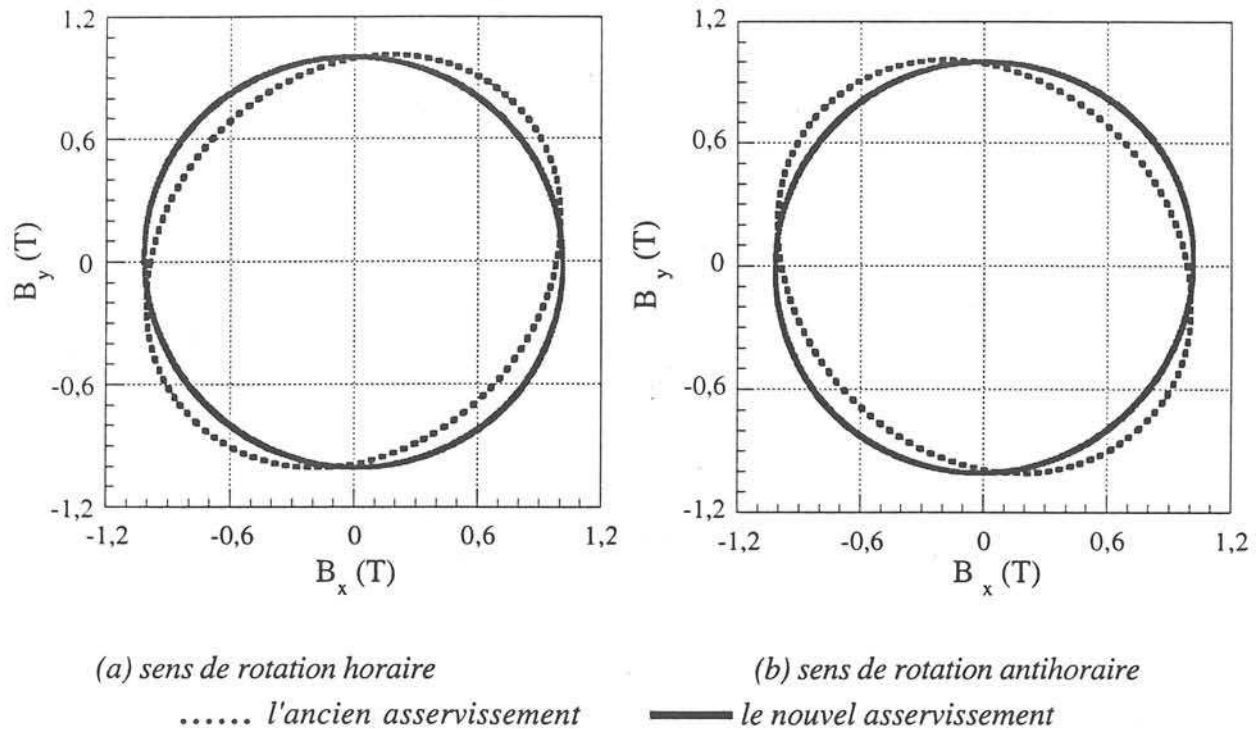


Figure I.5 Diagramme de Bode asymptotique du correcteur du nouvel asservissement

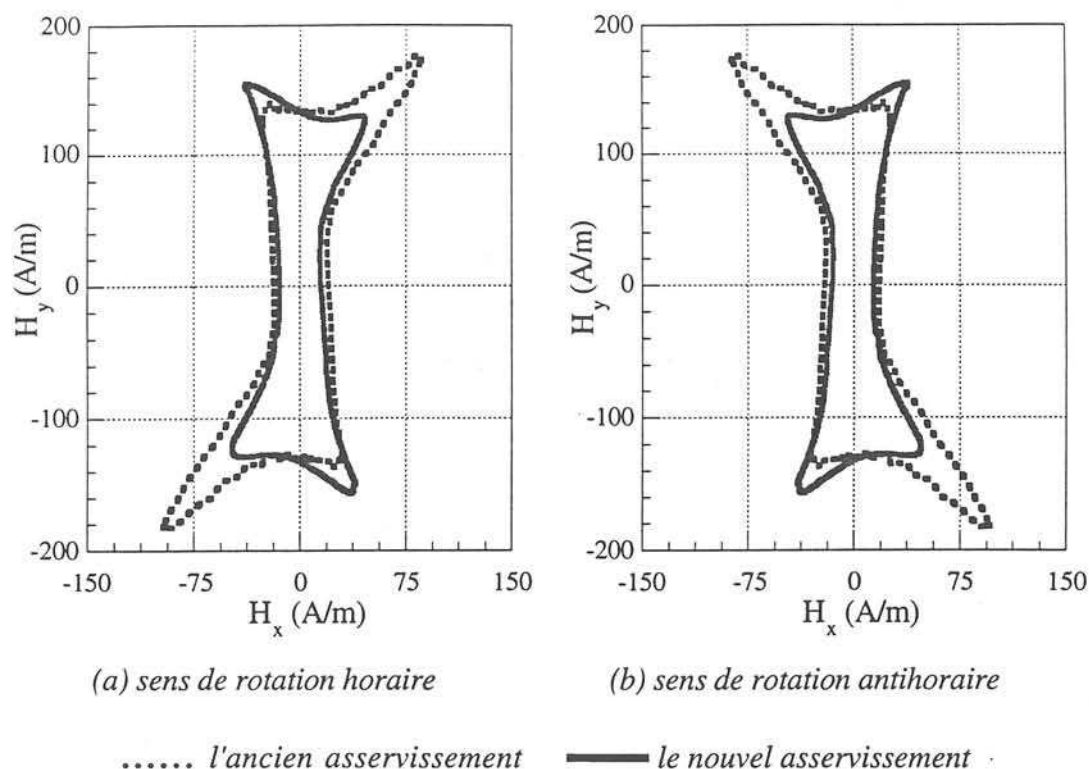
## I.2.2.b Performances de l'asservissement réalisé

La figure I.6 montre les diagrammes polaires  $B_y(B_x)$  obtenus à 10Hz avec l'ancien et le nouvel asservissement dans le cas d'une consigne d'induction circulaire de 1T sur une tôle FeSi GO.



**Figure I.6** Comparaison des diagrammes polaires  $B_y(B_x)$  obtenus sous une induction circulaire  $B = 1\text{T}$  et  $f = 10\text{ Hz}$  pour une tôle FeSi GO

L'ancien asservissement n'arrive pas à compenser la déformation du signal et l'induction obtenue est plutôt elliptique avec un écart relatif au cercle de l'ordre de  $\pm 8\%$ . Cette valeur bien que faible a des répercussions importantes sur le comportement du matériau en particulier sur l'allure des diagrammes polaires  $H_y(H_x)$  (figure I.7).



**Figure 1.7.** Comparaison des diagrammes polaires  $H_y(H_x)$  sous une induction circulaire  $B=1T$  et  $f=10$  Hz pour une tôle FeSi GO

Ces derniers se déforment énormément compte tenu de l'anisotropie du matériau. L'effet observé est accentué quand l'induction augmente. Cette comparaison met en évidence l'importance d'assurer un contrôle précis de la forme d'onde lors des mesures en champ tournant. Il faut prendre en compte cet effet et rester vigilant quand à l'interprétation des résultats obtenus.

### I.3 ETUDE COMPARATIVE DES DISPOSITIFS DE MESURE RSST 80, RSST 300 ET SST 300

#### I.3.1 Conditions expérimentales et critères de comparaison

Le cadre à bande unique SST est un dispositif réalisé au laboratoire, il est adapté à des mesures unidirectionnelles d'échantillon de dimension  $300 \times 300$  mm<sup>2</sup>. Il est équipé de deux bobines de champ pour la mesure de  $\mathbf{H}$ , la zone de mesure recouvre une surface de  $150 \times 150$  mm<sup>2</sup>. Trois échantillons de mesure ont été choisis pour réaliser cette comparaison à savoir :

- FeSi GO (M4) épaisseur 0,3mm
- FeSi NO (FeV330-50 HA) épaisseur 0,5 mm
- Fe NO (FeV650P-65) épaisseur 0,65 mm

Ces différentes tôles nous permettent d'obtenir une comparaison relativement exhaustive des différents dispositifs de mesure car elles ont des propriétés magnétiques totalement différentes. Les mêmes échantillons ont été utilisés pour le RSST 300 et le SST 300. Nous avons récupéré la partie centrale de  $80 \times 80 \text{ mm}^2$  de l'échantillon initial ( $300 \times 300 \text{ mm}^2$ ) par un découpage mécanique pour réaliser les essais avec le RSST 80.

Deux types de mesures comparatives à fréquence industrielle (50Hz) ont été effectués pour différentes inductions entre :

- le SST 300 et le RSST 300 suivant la direction long et suivant la direction transverse.
- le RSST 300 et le RSST 80 suivant les directions long, et suivant la direction transverse.
- le RSST 300 et le RSST 80 à induction circulaire et à  $45^\circ$ .

L'analyse des résultats a été menée sur les pertes et les valeurs crêtes du champ  $H$  pour les différentes conditions d'excitation. En induction circulaire, nous avons également étudié les formes des diagrammes polaires  $H_y(H_x)$  ainsi que celles des cycles  $B'(H')$  représentant géométriquement les pertes magnétiques et que nous présenterons dans la suite de ce chapitre.

### **I.3.2 Pertes et champ magnétique comparés en régime uniaxial long et travers**

#### I.3.2.a SST 300 et le RSST 300.

Les résultats expérimentaux sont portés dans le tableau I.2. L'étude comparative des pertes et des champs magnétiques des deux dispositifs montre que pour les trois types d'échantillon les écarts moyens peuvent atteindre -10% pour les pertes alors que pour les champs magnétiques l'écart maximum est de -8% (le cadre SST 300 est pris comme référence). On trouve des valeurs négatives dans la majorité des mesures pour les trois échantillons test. Ce résultat est probablement le signe de la présence d'un écart systématique. Dans notre cas, l'écart obtenu entre les deux dispositifs pourrait s'expliquer par :

- la différence de taille des bobines de mesure de  $H$  ( $150 \times 150 \text{ mm}^2$  pour le SST 300 et  $80 \times 80 \text{ mm}^2$  pour le RSST 300)
- l'uniformité différente des zones de mesure qui est meilleure dans le cas SST 300.

	FeSi NO 0,50 mm				Fe NO 0,65 mm				FeSi GO 0,3 mm			
	DL		DT		DL		DT		DL		DT	
B(T)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)
0.5	-5	-5	-7	-10	-10	-8	-1	+1	+3	-5	-7	-5
0.7	-5	-8	-8	-6	-10	-7	-3	+2	-3	-7	-8	-5
1.0	-10	-8	-6	-7	-8	-6	-6	-1	0	-7	-7	-4
1.2	-13	-5	-3	-5	-5	-3	-10	0	+4	-8	+4	-2
1.3	-10	-7	+2	-8	-14	-6	-9	0	+4	-8	+10	-2
1.4	-7	-9	-4	-12	-11	-6	-7	-2	+1	-5	-12	-10
1.5					-9	-6	-2	-1	-12	-5		
1.6					-2	-5						
1.7									-12	-5		

$$\Delta P/P (\%) = 100 (P_{SST\ 300} - P_{RSST\ 300})/P_{SST\ 300}$$

$$\Delta H/H (\%) = 100 (H_{SST\ 300} - H_{RSST\ 300})/H_{SST\ 300}$$

DL : direction de laminage, DT direction transverse

**Tableau I.2** Comparaison des pertes et des champs magnétiques mesurés avec le cadre "champ tournant" RSST 300 et avec le cadre à bande unique SST 300, l'induction est unidirectionnelle

### I.3.2.b RSST 300 et le RSST 80

Cette étude a été menée en régime de champ uniaxial suivant la direction transverse et la direction de laminage. L'échantillon de (80x80) mm<sup>2</sup> utilisé pour le cadre RSST 80 est découpé au centre de la tôle (300x300) mm<sup>2</sup> caractérisée préalablement avec le RSST 300.

Le tableau I.3 regroupe les résultats de notre comparaison. Dans le cas des pertes magnétiques et pour les trois échantillons étudiés le Fe NO 0,65, le FeSi NO 0,50 et le FeSi GO les écarts des pertes obtenus entre les deux dispositifs RSST 80 et RSST 300 sont de même signe et n'excèdent pas les (-5%) dans la plupart des cas. Les écarts sur le champ magnétique sont aussi des écarts systématiques. Ils sont en général de l'ordre de 10% mais atteignent 25% lorsque l'on étudie la tôle GO dans la direction de laminage.

Cette étude montre que les pertes magnétiques mesurées avec le RSST 80 utilisant une bobine de champ sont plus faibles que celles obtenues avec le RSST 300 qui possède deux bobines de champ. Pour le champ magnétique on peut obtenir des résultats qui divergent d'une direction à l'autre. Par exemple pour le FeSi GO suivant la direction de laminage le champ magnétique mesuré avec le RSST 80 est supérieur au champ mesuré avec le RSST 300, la situation s'inverse pour la direction transverse.

Tous ces écarts ont plusieurs sources :

- le champ magnétique n'est pas mesuré de la même manière dans les deux dispositifs. Pour le RSST 80, on suppose que le champ mesuré avec une bobine placée à une hauteur de 2,5 millimètres est égal au champ à la surface de l'échantillon, alors que dans le RSST 300, on utilise la méthode d'extrapolation linéaire qui semble plus précise,
- la zone de mesure égale à 20x20 mm<sup>2</sup> pour le RSST 80 est insuffisante. En effet, dans une tôle FeSi GO les grains peuvent atteindre quelques centimètres. Dans ce cas les mesures ne correspondent qu'au comportement de quelques grains seulement. Par contre, dans le cas du RSST 300, la zone de mesure de 80x80 mm<sup>2</sup> couvre suffisamment de grains. Le résultat correspond ainsi à une mesure moyenne représentative de l'échantillon test.

B(T)	FeSi NO 0,50 mm				Fe NO 0,65 mm				FeSi GO 0.3 mm			
	DL		DT		DL		DT		DL		DT	
	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta H/H$ (%)	$\Delta P/P$ (%)
0.5	5	-4	6	-5	6	-4	-7	-5	+16	-2	-10	-2
0.7	4	-2	9	-4	4	-3	-5	-5	+23	-6	-9	-1
1.0	13	-1	11	-3	5	-4	-3	-2	+25	-7	-10	-3
1.2	15	-4	8	-4	4	-6	+2	-1	+27	-6	-10	-3
1.3	8	-0	-1	-2	9	-1	+6	-3	+25	-2	-2	-4
1.4	-11	-2	-19	+6	4	-1	+7	-2	+25	-8	+11	
1.5					0	-1	-4	-2				
1.7									+10	-8		

$$\Delta P/P (\%) = 100 (P_{RSST\ 80} - P_{RSST\ 300})/P_{RSST\ 300}$$

$$\Delta H/H (\%) = 100 (H_{RSST\ 80} - H_{RSST\ 300})/H_{RSST\ 300}$$

DL : direction de laminage, DT : direction transverse

**Tableau I.3** Comparaison des propriétés magnétiques entre le RSST 300 le RSST 80, l'induction est unidirectionnelle.

### I.3.3 Pertes magnétiques en 2D

Le tableau I.4 montre que les écarts entre les pertes obtenues avec les deux cadres RSST sont équivalents à ceux obtenus au cours de l'étude précédente pour les directions de laminage et transverse.

B(T)	FeSi NO 0,50 mm		Fe NO 0,65 mm		FeSi GO 0,30 mm	
	B sinus à 45°	B circulaire	B sinus à 45°	B circulaire	B sinus à 45°	B circulaire
0.5	- 3	- 3	+1	- 3	-11	- 6
0.7	- 1	- 2	+1	- 4	- 6	- 7
1.0	-1	- 1	+1	- 4	- 16	- 7
1,1					- 18	- 8
1.2	0	-1	+1	- 6	+ 5	- 11
1.3	-1	- 2	-1	- 3		
1.4	-2	+18	-2	- 2		
1.5			- 5	- 4		

$$\Delta P/P (\%) = 100 (P_{RSST\ 80} - P_{RSST\ 300})/P_{RSST\ 300}$$

**Tableau I.4** Comparaison des pertes magnétiques entre le RSST 300 et le RSST 80, l'induction est uniaxiale appliquée à 45° ou circulaire.

### I.3.4 Cycles d'hystérésis $B'(H')$

#### I.3.4.a Présentation

En régime alternatif unidirectionnel, l'aire du cycle d'hystérésis  $B(H)$  correspond aux pertes magnétiques volumiques développées dans l'échantillon au cours d'une période. En régime tournant, le banc de mesure donne deux cycles élémentaires  $B_x(H_x)$  et  $B_y(H_y)$  représentant les deux termes  $P_x$  et  $P_y$  des pertes  $P_r$ . Les formes des cycles initialement classiques deviennent vite compliquées et difficiles à interpréter quand on passe progressivement d'un régime d'induction longitudinale à un régime d'induction elliptique puis circulaire. Ces cycles élémentaires ne semblent pas être une bonne représentation des pertes en champ tournant. En effet, pour une même induction circulaire de travail, on obtient des cycles  $B_x(H_x)$  et  $B_y(H_y)$  complètement différents si on effectue un changement des axes de référence des mesures alors que les pertes mesurées sont identiques.

Une nouvelle représentation des pertes en champ tournant a été développée [NEN-94][KED-96]. Elle est basée sur le choix d'un nouveau système de référence lié au vecteur tournant  $d\mathbf{B}$  qui correspond à la dérivée temporelle du vecteur  $\mathbf{B}(t)$ . Ce repère est indépendant des axes de mesures choisis et met en valeur l'importance de l'action du champ  $\mathbf{H}$  sur les variations de  $\mathbf{B}$ .

Deux grandeurs caractérisent le modèle :

- $B'(t)$  amplitude de la trajectoire du vecteur  $\mathbf{B}$ ,
- $H'(t)$  amplitude de la projection de  $\mathbf{H}$  sur  $d\mathbf{B}$ .



La courbe  $B'(H')$  obtenue est un cycle fermé dont la surface représente les pertes volumiques totales par cycle. En induction alternative unidirectionnelle  $B'(t)$  et  $H'(t)$  sont identiques à  $B(t)$  et  $H(t)$  et le modèle aboutit donc aux cycles d'hystérésis classiques. En induction tournante circulaire, les courbes ont des formes compliquées (figure I.8) mais traduisent correctement l'anisotropie du matériau : plus le matériau est isotrope, moins le cycle est déformé et plus il tend vers un rectangle (figure I.8).

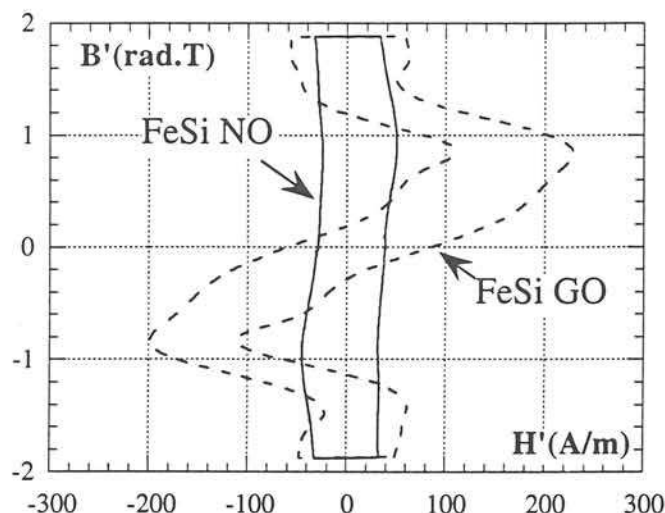


Figure I.8 Nouveau modèle de cycle d'hystérésis  $B'(H')$  obtenu à 50 Hz et en  $B$  circulaire de 1.2 T, tôle FeSi GO et NO [NEN-94]

Contrairement aux cycles élémentaires  $B_X(H_X)$ , cette nouvelle représentation permet une analyse et une comparaison du comportement magnétique des matériaux en champ tournant comme la dépendance avec la fréquence des cycles d'hystérésis par exemple (figure I.9).

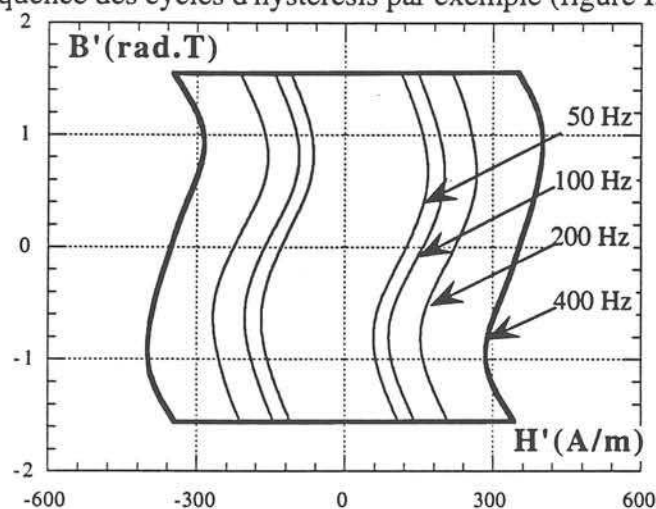


Figure I.9 Nouveau modèle de cycle d'hystérésis. Influence de la fréquence sur  $B'(H')$ ,  $B$  circulaire de 1 T, tôle en Fe de 0,65 mm d'épaisseur [NEN-94]



### I.3.4.b Comparaison

Nous avons comparé les diagrammes  $B'(H')$  obtenus avec les deux cadres RSST 80 et 300. A 1T les diagrammes obtenus avec les deux cadres sont très similaires et peuvent se superposer pour les deux tôles NO. Ces diagrammes ne sont pas représentés ici. Si on augmente l'induction on voit que les cycles  $B'(H')$  ne coïncident plus (figure I.10) et, sont légèrement différents à l'image des écarts obtenus pour les pertes (6%). On doit tenir compte des compensations qui se produisent au niveau de l'aire du cycle si les pertes sont obtenues à partir des diagrammes.

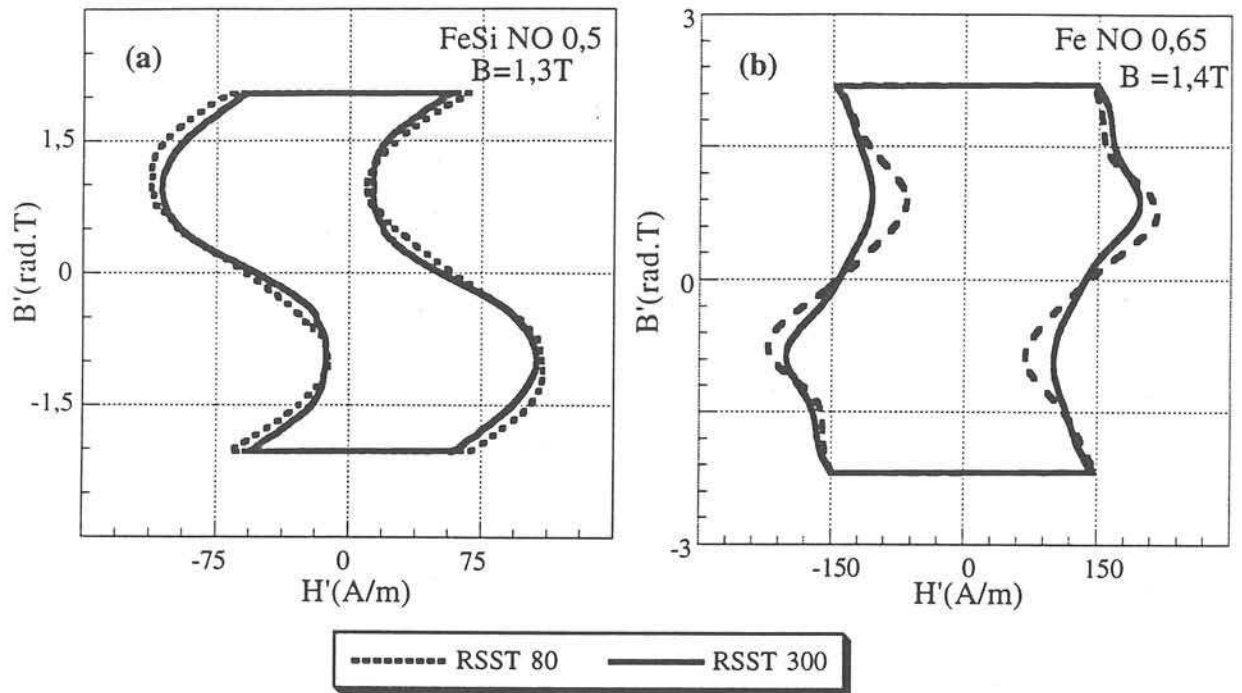
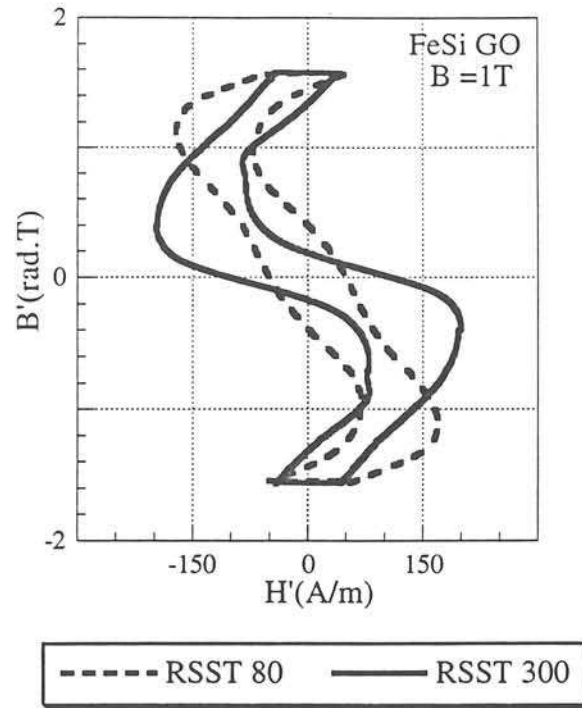


Figure I.10 Représentation des pertes; comparaison entre les deux cadres pour une induction circulaire

(a) tôle FeSi NO 0,5 mm  $B=1,3\text{T}$

(b) tôle Fe NO 0,65 mm  $B=1,4\text{T}$

Pour la tôle FeSi GO à 1T les diagrammes obtenus ne se superposent pas, bien que leurs aires présentent de faibles écarts (figure I.11).



*Figure I.11 Représentation des pertes magnétiques, comparaison entre les deux cadres pour une induction circulaire, tôle FeSi GO,  $B = 1T$*

Le diagramme obtenu avec le RSST 300 est beaucoup plus incliné. Ceci trouve son explication dans la méthode de mesure de champ utilisée dans chacun des cadres. Le RSST 300 permet de mesurer les variations brusques de l'amplitude et de la phase de  $H$  et rend mieux compte de l'anisotropie du matériau.

### I.3.5 Diagramme polaire $H_y(H_x)$

Le comportement magnétique à travers les cycles polaires  $H_y(H_x)$  est considéré comme le plus représentatif car il décrit la relation vectorielle entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$ .

Les écarts entre les résultats obtenus avec le RSST 80 et avec le RSST 300 dépendent des échantillons mesurés (figure I.12 et I.13). Dans le cas de la tôle Fe NO 0,65, le module du champ capté par le RSST 80 est plus important que celui du RSST 300 pour n'importe quelle induction donnée. Ceci peut s'expliquer par les écarts d'homogénéité du champ à la surface de la tôle. Pour la tôle FeSi GO d'épaisseur 0,3 mm, la situation est plus complexe; le module du champ mesuré par le RSST 80 est supérieur à celui du RSST 300 suivant la direction de laminage. Lorsqu'on s'écarte de cette direction, un renversement de situation se produit au voisinage de la direction difficile aimantation ( $55^\circ$ ). Dans la direction transverse le champ mesuré par le RSST 80 est inférieur à celui obtenu par le RSST 300. Le caractère anisotrope de cette tôle pourrait être la cause de ce qu'on observe. Le dernier échantillon FeSi NO 0,50 se comporte comme le Fe NO 0,65 à faible induction seulement. Lorsqu'on augmente l'induction à 1,3T, on remarque alors un basculement de situation, l'échantillon a tendance à se comporter comme une tôle FeSi GO. Ces

comportements montrent qu'une faible réluctance de la tôle mesurée exacerbe les différences entre les deux cadres.

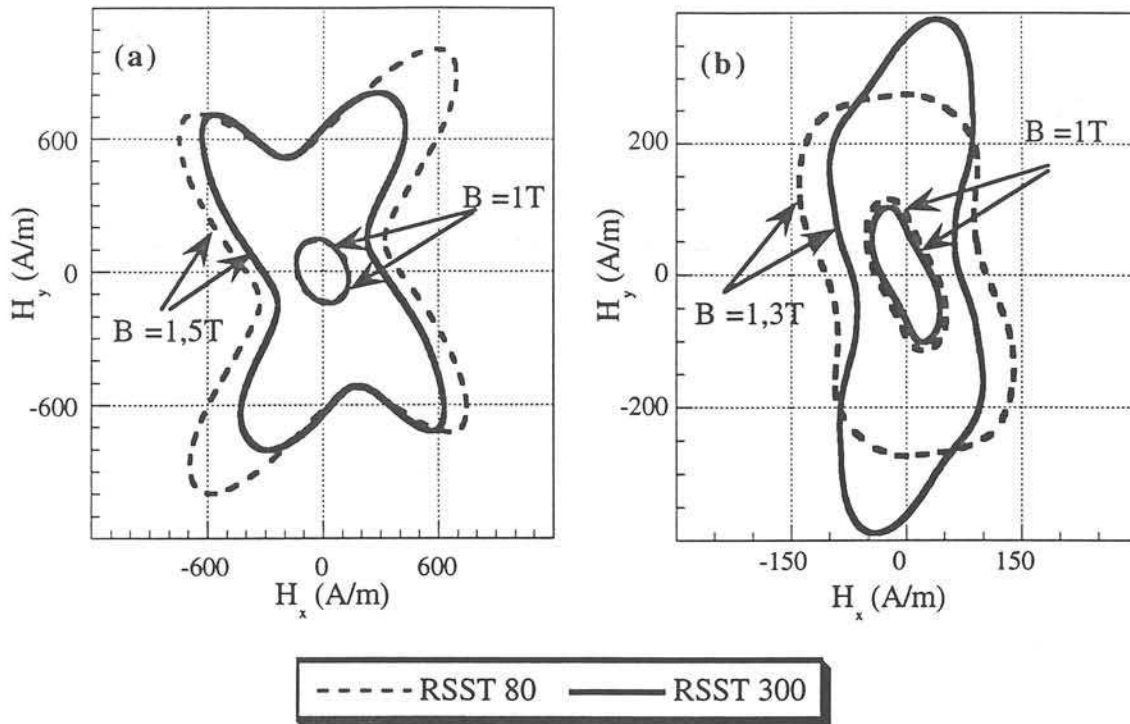


Figure I.12 Comparaison entre les diagrammes polaires des deux cadres champ tournant, l'induction est circulaire. (a) tôle Fe NO 0,65 (b) tôle FeSi NO 0,5

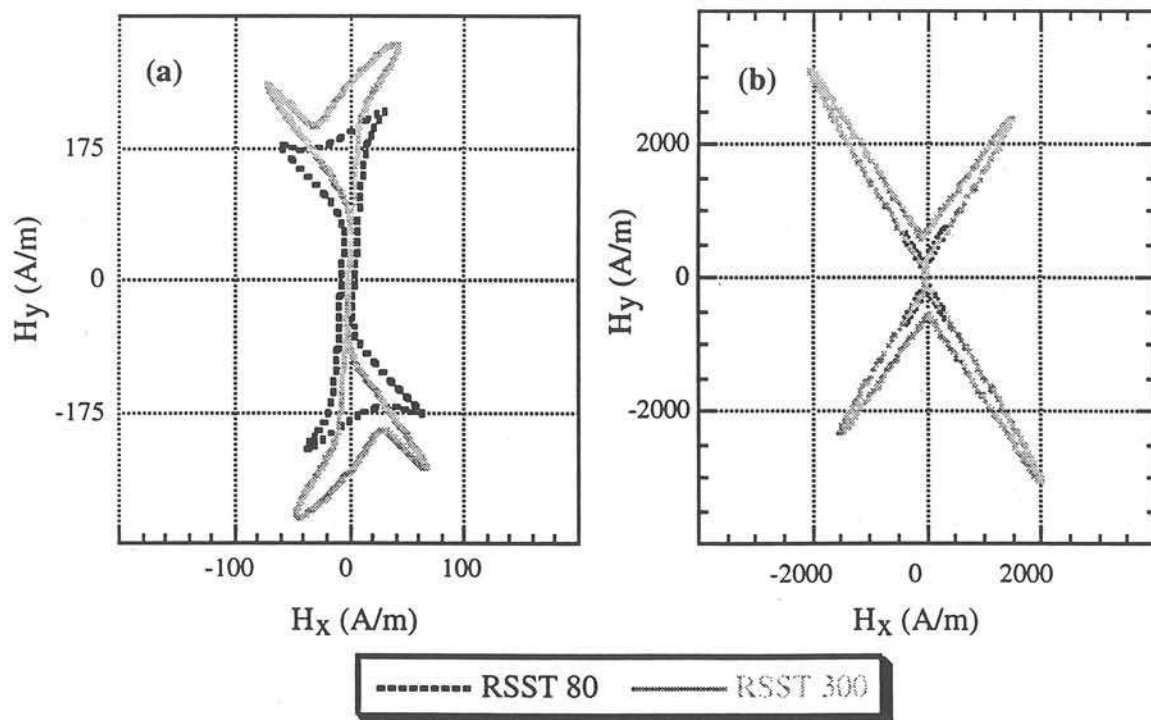


Figure I.13 Comparaison entre les diagrammes polaires des deux cadres champ tournant, l'induction est circulaire, tôle FeSi GO

(a)  $B = 1T$

(b)  $B = 1,2 T$

## I.4 CONCLUSION

L'asservissement analogique que nous avons développé a permis d'améliorer les conditions d'essais en particulier à haute induction et à basse fréquence. L'induction en régime circulaire reste cependant limitée à 1,2T pour les tôles à grains orientés. Pour la dépasser, il est nécessaire d'utiliser des alimentations plus puissantes. Dans la mesure où les tôles ont un comportement non linéaire, il faudra également envisager de substituer l'asservissement analogique existant, par un asservissement numérique. Celui ci pourrait être plus efficace pour obtenir de meilleures inductions circulaires et sinusoïdales. De plus, il permettra de travailler dans des régimes d'inductions complexes (formes d'ondes quelconques, régime elliptique avec un axe décalé, régimes souvent rencontrés dans les machines électriques).

Dans ce chapitre, nous avons évalué quantitativement la précision des mesures que l'on peut effectuer avec les cadres en champ tournant construits au LEG.

Le RSST 300 a été construit suite à une analyse critique du RSST 80. Il permet une meilleure représentation du matériau magnétique puisque la surface de la zone effective des mesures a été multipliée par un facteur 16 passant de  $20 \times 20 \text{ mm}^2$  à  $80 \times 80 \text{ mm}^2$ . De plus l'entrefer entre les culasses et l'échantillon est mieux défini. La mesure du champ magnétique à la surface de la tôle, utilisée dans le RSST 300, est effectuée en utilisant la méthode des deux bobines, elle donne une valeur précise de ce dernier contrairement au RSST 80 qui n'en utilise qu'une seule. Néanmoins le RSST 80 a des performances honorables. Les écarts sont inférieurs à 10% sur les mesures des pertes et, en ce qui concerne les tôles NO, sur les mesures du champ. Pour les tôles GO, des écarts sont importants et ne doivent pas être oubliés lors de l'utilisation du RSST 80. L'introduction d'une deuxième bobine de champ améliorerait le dispositif. Il reste néanmoins que la trop faible surface de mesure sera toujours source d'imprécision. Malgré ses défauts, ce cadre est très utile car il est adapté à la taille des échantillons disponibles au laboratoire. Compte tenu de cette contrainte on serait même tenté de réaliser un système encore plus petit!

Dans les deux cadres, la mesure de  $B$  reste insatisfaisante. Elle nécessite pour chaque échantillon, un perçage des tôles suivi d'un bobinage délicat. Un système de pointes de mesure serait préférable mais les premiers essais réalisés par Nencib [NEN-94] soulèvent de nombreuses difficultés expérimentales non encore résolues.

## **CHAPITRE II**

# **COMPORTEMENT MAGNÉTIQUE FRÉQUENTIEL**



## CHAPITRE II

# COMPORTEMENT MAGNÉTIQUE FRÉQUENTIEL

### II.1 INTRODUCTION

Le comportement des tôles magnétiques en régime de champ tournant a été largement étudié ces dernières années. Cependant son interprétation physique reste souvent qualitative et on ne dispose aujourd'hui que de quelques modèles qui permettent de décrire de manière plus au moins fine le comportement magnétique du matériau. On peut rassembler ces modèles en deux groupes principaux :

#### *-Les modèles scalaires*

Ils permettent de déterminer les pertes magnétiques en fonction de l'induction et de la fréquence. On peut citer par exemple :

##### *\* Modèle de Bertotti-Fiorillo*

Ce modèle permet d'interpréter et de prédéterminer de manière cohérente le comportement scalaire et dynamique des pertes magnétiques en prenant en compte la structure microscopique du matériau et les phénomènes physiques responsables des mécanismes d'aimantation.

##### *\* Modèle par analogie de comportement.*

Ce modèle est obtenu par comparaison entre la caractéristique des pertes quasi statiques  $P(B)$  et le couple d'une machine à induction monophasée  $T_e(g)$  où  $g$  est le glissement.

#### *-Les modèles vectoriels*

Ils permettent de calculer la relation vectorielle entre l'induction et le champ magnétique  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  dans le matériau en tenant compte de son anisotropie. Cependant ces modèles sont souvent limités à un comportement réversible et ne permettent pas d'accéder aux pertes [PER-94].

Nous allons nous intéresser dans ce chapitre à l'influence de la fréquence sur le comportement des tôles magnétiques en induction tournante circulaire. Nous étudierons dans un premier temps les pertes magnétiques pour lesquelles nous appliquerons les deux modèles scalaires cités précédemment. Un modèle mixte sera proposé et testé. Nous analyserons ensuite le comportement vectoriel et dynamique  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  du matériau, la fréquence de travail étant choisie dans une plage de 10 à 400Hz.



## II.2 ÉTUDE DES PERTES MAGNÉTIQUES ; ASPECT SCALAIRE

### II.2.1 Échantillons utilisés et conditions d'essai

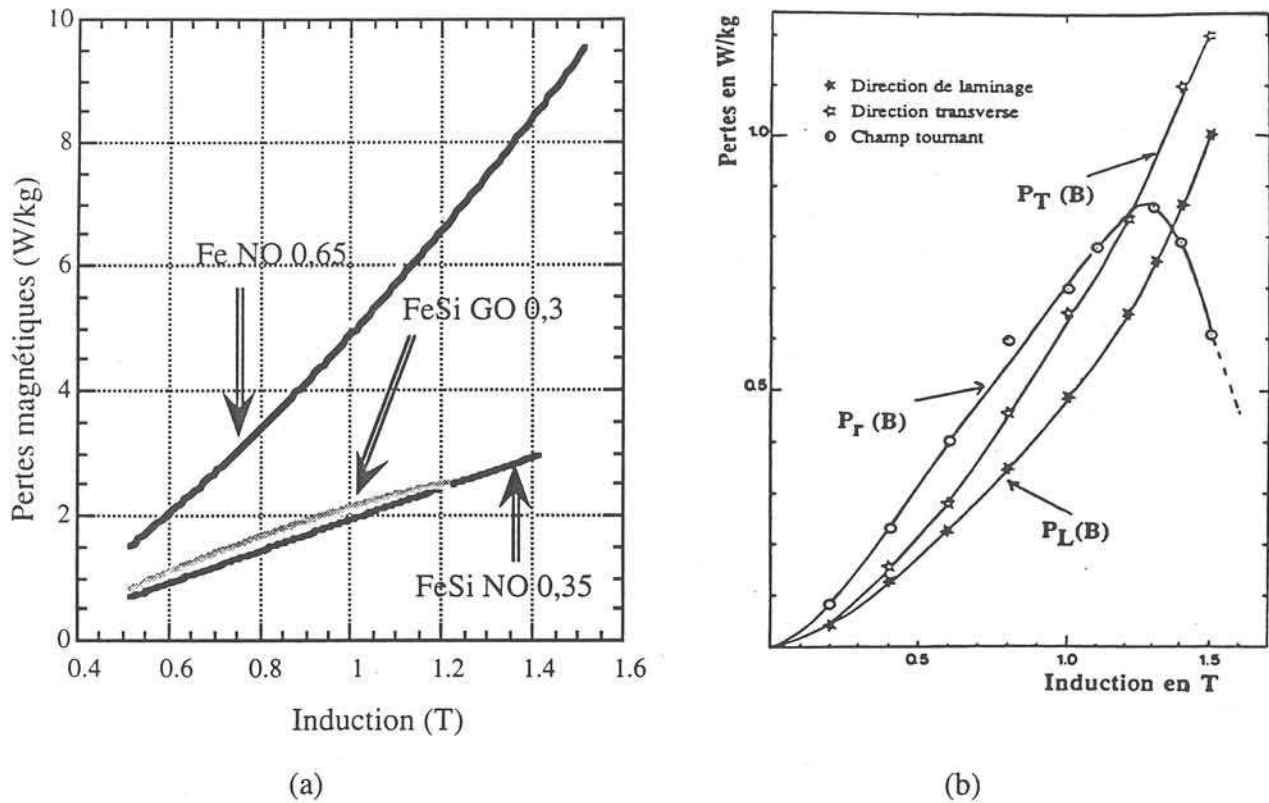
Cette étude a été menée sur trois échantillons présentant des caractéristiques magnétiques différentes afin de cerner tous les phénomènes que l'on peut rencontrer et de mieux comprendre certains problèmes physiques. En effet on arrive à mettre en évidence dans des échantillons, certains phénomènes physiques qui n'apparaissent pas dans d'autres.

Nous nous sommes intéressés aux trois échantillons suivants :

- FeSi 3% à grains orientés, 0,3 mm d'épaisseur (M4),
- FeSi 3% à grains non orientés, 0,35mm d'épaisseur (FeV330-35HA),
- Fe à grains non orientés, 0,65mm d'épaisseur (FeV 650P).

Les mesures ont été effectuées sur le cadre champ tournant RSST 80. La plage de variation de la fréquence de mesure a été limitée de 10 à 400Hz. En effet, en dessous de 10Hz les facteurs de forme sont mauvais et il est très difficile d'obtenir une induction tournante circulaire. Au-delà de 400Hz on n'arrive plus à fournir l'énergie nécessaire pour atteindre des niveaux d'induction importants car les amplificateurs sont limités en puissance. Le nombre de points acquis par période a été fixé à 500. Ceci est nécessaire, compte tenu des formes des signaux issus des bobines de champ, pour mesurer tous les harmoniques de ces signaux. Comme la fréquence d'échantillonnage maximale de la carte d'acquisition est élevée (100kHz pour les 4 voies mesurées) une seule période d'acquisition est suffisante pour des mesures de fréquence inférieure ou égale à 50Hz. Pour une fréquence supérieure, l'acquisition des 500 points nécessite d'employer une technique de sous-échantillonnage. Elle consiste à mesurer le signal sur plusieurs périodes et à le reconstituer sur une période avec un traitement adéquat [SPO-95].





**Figure II.1** Pertes magnétiques en induction circulaire,  $f=50$  Hz. a) Pertes magnétiques mesurées des échantillons utilisés. b) Pertes magnétiques obtenues pour un échantillon de FeNi cubique [ZOU-91]

La figure II.1 nous donne les variations des pertes en fonction de l'induction pour les trois échantillons étudiés et ceci en régime circulaire et à fréquence industrielle. Les courbes diffèrent des caractéristiques standards. Ceci est particulièrement visible à l'approche de la saturation ainsi qu'on peut le constater dans le cas de la tôle FeNi (figure II.1.b). A basse induction les pertes en champ tournant sont plus importantes que les pertes en régime uniaxial. Elles passent par un maximum puis décroissent à l'approche à la saturation ( $J_s=1,6T$  pour le FeNi).

La tôle FeV 650P présente des pertes magnétiques importantes et largement supérieures à celles mesurées avec les deux autres échantillons. Ceci est dû principalement à sa forte épaisseur (0,65 mm) et sa grande conductivité  $(9.10^6 (\Omega.m)^{-1})$  au lieu de  $2,2.10^6 (\Omega.m)^{-1}$  pour le FeSi 3%) qui favorisent l'existence des courants induits. Les pertes maximales s'obtiennent à 1,5 T.

La tôle FeSi GO, sollicitée dans toutes les directions, a des propriétés dégradées et ses pertes sont comparables à celle de l'échantillon FeSi 0,35 mm d'épaisseur, qui est un échantillon à grains non orientés de bonne qualité.

## II.2.2 Application du modèle de Bertotti-Fiorillo

Le modèle de Bertotti permet d'expliquer à partir de considérations physiques, l'évolution en régime sinusoïdal des pertes en fonction de la fréquence. Il reste actuellement la meilleure approche pour la détermination des pertes. Cependant l'identification du modèle nécessite des essais nombreux et délicats qu'il faut renouveler pour chaque type de matériau [MOU-94]. Le modèle fournit des résultats cohérents à condition de respecter l'hypothèse selon laquelle  $\mathbf{B}$  doit être homogène dans l'épaisseur de la tôle. Il faut donc que la fréquence soit suffisamment basse.

### II.2.2.a Le modèle

En présence d'un champ magnétique uniforme, les pertes fer induites dans une tôle magnétique s'expriment par la somme de trois termes [BER-85] :

$$P = P_h + P_c + P_{exc} \quad (\text{II.1})$$

$P_h$  : pertes par hystérésis. Elles sont obtenues à partir des pertes mesurées en quasi statique. Elles dépendent de l'induction crête et sont proportionnelles à la fréquence.

$P_c$  : pertes classiques par courants induits calculées dans un milieu magnétique homogène, isotrope et linéaire.

$P_{exc}$  : pertes supplémentaires ou pertes en excès. Elles représentent l'écart entre les pertes mesurées et la somme des deux termes précédents.

Pour déterminer les pertes par excès, Bertotti décompose également le champ appliqué  $H_{tot}$  en trois termes :

$$H_{tot} = H_h + H_c + H_{exc}$$

$H_{exc}$  : (champ en excès) constitue une composante du champ appliqué qui agit sur les objets magnétiques (OM) actifs, un objet magnétique (OM) étant un ensemble de parois voisines qui évoluent en parfaite corrélation.

$H_{exc}$  se comporte comme une pression magnétique sur les régions non actives afin de les rendre actives.

Les pertes massiques par excès s'expriment par la formule :

$$P_{exc} = \frac{1}{\rho T} \int H_{exc} \cdot dB \quad (\text{II.2})$$

$\rho$  est la masse volumique et  $T$  la période .

Les travaux antérieurs de Williams, Schokley et Kittel ont montré que, dans le cas d'une paroi plane à  $180^\circ$ , le champ nécessaire au déplacement de la paroi est proportionnel à la variation du flux induit. Bertotti [BER-85] applique la relation obtenue aux OM,  $H_{exc}$  s'écrit alors :

$$H_{exc} = \frac{4 \cdot \sigma \cdot G \cdot \hat{B} \cdot f \cdot S}{\tilde{n}} \quad (II.3)$$

où  $\tilde{n}$  : nombre d'OM actifs  
 $\sigma$  : conductivité électrique  
 $S$  : section de l'échantillon  
 $\hat{B}$  : induction crête  
 $f$  : fréquence

$G$  : coefficient d'amortissement d'une paroi ( $G=0.136$  pour une induction sinusoïdale)

D'autre part pour une induction donnée, Bertotti approche la variation de  $\tilde{n}$  en fonction de  $H_{exc}$  par une loi linéaire, loi globalement vérifiée expérimentalement dans le cas des tôles fer et fer-silicium suivant une direction privilégiée de la tôle :

$$\tilde{n} = \frac{H_{exc}}{v_0} + \tilde{n}_0 \quad (II.4)$$

$v_0$  : paramètre constant lié à la microstructure du matériau. De même dimension qu'un champ, il caractérise l'augmentation de  $\tilde{n}$  avec la fréquence,

$\tilde{n}_0$  : nombre d'objets magnétiques à l'état statique (quand  $f$  tend vers 0)

Les pertes volumiques par excès peuvent être déterminées par la relation suivante :

$$P_{exc} = \dot{B} \cdot \frac{\tilde{n}_0 \cdot v_0}{2} \cdot \left( \sqrt{1 + 4 \cdot \sigma \cdot G \cdot S \cdot \frac{\dot{B}}{\tilde{n}_0^2}} - 1 \right) \quad \text{où } \dot{B} = \frac{dB}{dt} \quad (II.5)$$

Dans le cas où  $\tilde{n}_0$  est petit, la relation II.5 se simplifie et les pertes volumiques totales peuvent être calculées en régime sinusoïdal par :

$$P = P_h + \frac{\pi^2}{6} \cdot \sigma \cdot d^2 \cdot f^2 \cdot \hat{B}^2 + 8 \cdot \sqrt{\sigma \cdot G \cdot S \cdot v_0} \cdot (\hat{B} f)^{\frac{3}{2}} \quad (II.6)$$

$\downarrow$   
 $P_c$

$\downarrow$   
 $P_{exc}$

### II.2.2.b Exploitation simplifiée du modèle [MOU-94]

Dans le cas d'une utilisation simplifiée du modèle, nous avons considéré que les pertes totales pour une induction sinusoïdale donnée, peuvent s'exprimer par :

$$P = K_h \cdot f + P_c + K_{exc} \cdot f^2 \quad (II.7)$$

Le premier terme et le troisième représentent respectivement les pertes par hystérésis et par excès,  $K_h$  et  $K_{exc}$  sont des constantes qui dépendent uniquement de l'induction.

### II.2.2.c Généralisation du modèle pour une induction tournante [BER-94]

La théorie statistique développée par Bertotti pour un champ alternatif uniaxial a été généralisée par Fiorillo pour un champ bidirectionnel. Le concept de généralisation est basé sur le même principe de séparation des pertes tel qu'il est décrit par (II.7). Les expressions correspondantes en champ tournant s'écrivent :

$$P_r = P_{hr} + P_{cr} + P_{er} \quad (II.8)$$

$$P_{er} = 17,3 \cdot \sqrt{\sigma \cdot G \cdot S(B) \cdot v_0(B)} \cdot (\hat{B} \cdot f)^2 \quad (II.9)$$

$$P_{cr} = 2 \cdot P_c \quad (P_c \text{ étant les pertes classiques en régime d'induction alternatif}) \quad (II.10)$$

Les pertes classiques en champ tournant sont le double de celles qu'on calcule en régime unidirectionnel.

Bertotti et Fiorillo proposent également de réécrire l'expression totale des pertes sous sa forme simplifiée.

$$P_r = K_{hr} \cdot f + P_{cr} + K_{er} \cdot f^{3/2} \quad (II.11)$$

### II.2.2.d Identification et Application du modèle Bertotti-Fiorillo

Les pertes totales théoriques sont exprimées par (II.11), les constantes  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  dépendent de  $B$  et sont calculées à partir de deux mesures de pertes obtenues pour deux fréquences distinctes (exemple 50 et 75Hz) et ceci pour une induction circulaire constante. Nous avons calculé les paramètres  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  dans le cas des trois échantillons, la restitution de la courbe des pertes par cycle avec la fréquence fournie par ces paramètres nous permet de faire une comparaison avec l'expérience (figure II.2). Pour la tôle FeSi NO 0,35 nous constatons une bonne adéquation entre le modèle et l'expérience. La tôle FeSi GO 0,3 présente des écarts de l'ordre de 6% à la fréquence de 400Hz. La tôle FeSi NO 0,65mm présente des écarts légèrement supérieurs aux échantillons précédents: ils atteignent 10% à  $f=200\text{Hz}$  et 12% à  $f=400\text{Hz}$ . Cela s'explique par le fait qu'à ces fréquences, les hypothèses du modèle ne sont plus respectées car l'induction n'est plus uniforme et l'effet de peau n'est plus négligeable. Cependant ces écarts restent tout à fait acceptables.

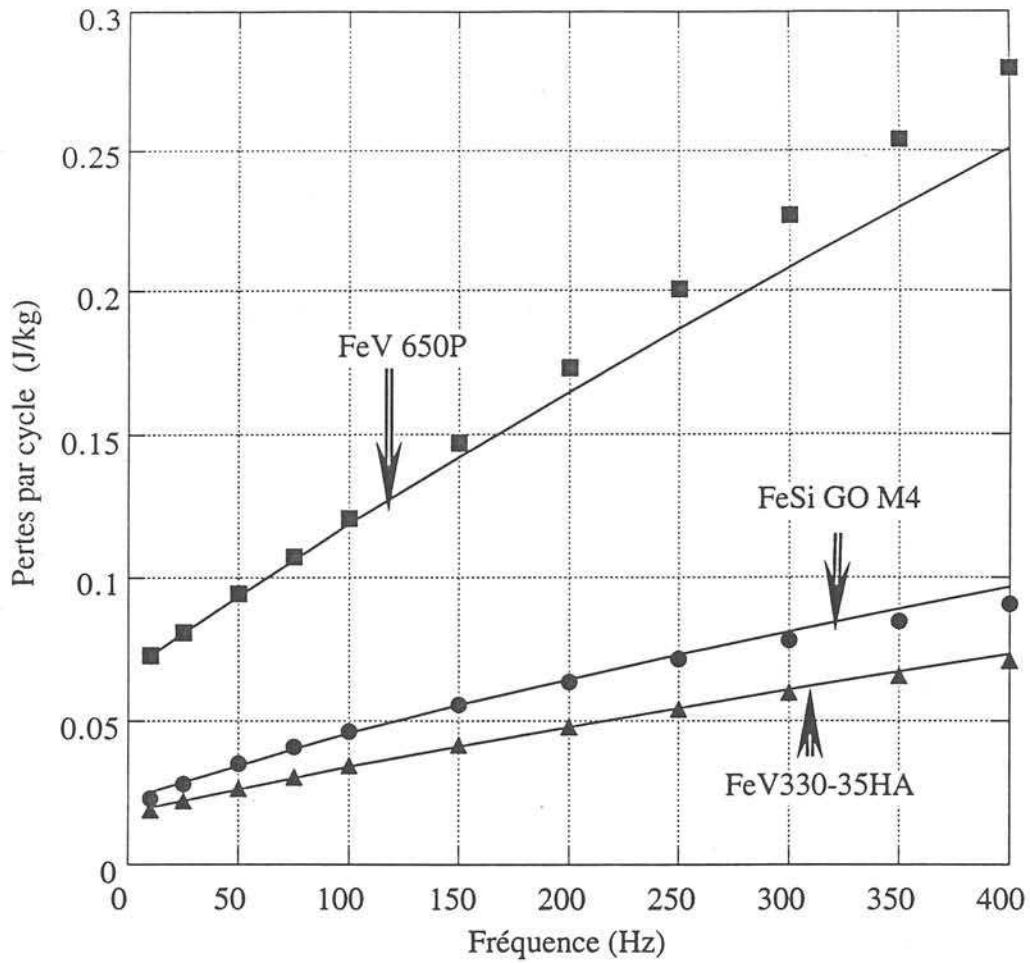
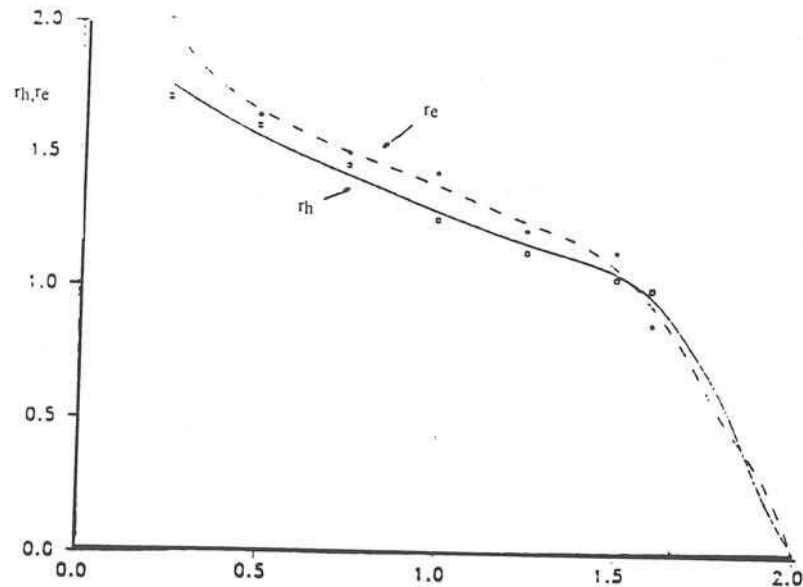


Figure II.2 Pertes magnétiques pour une induction circulaire en fonction de la fréquence comparaison du modèle ( continue ) et de l'expérience (points ),  $B=IT$  [MOU-94]

Fiorillo et al ont essayé d'exprimer chacune des composantes des pertes en champ tournant en fonction du comportement en régime alternatif uniaxial. Ils ont introduit les rapports  $r_h = P_{hr}/P_{ha}$  et  $r_e = P_{er}/P_{ea}$  et ont étudié leur évolution en fonction de l'amplitude  $B$  de l'induction circulaire appliquée  $B$ . Les courbes de la figure II.3 montrent cette évolution.  $r_h$  et  $r_e$  peuvent être approximées par des portions de droite et obtenues par des essais particuliers. Nous retiendrons pour la suite que  $r_e$  et  $r_h$  évoluent qualitativement de manière identique en fonction de l'amplitude de  $B$ . Grâce à cette analyse, Fiorillo et al ont pu fournir une expression des composantes  $P_{er}$  et  $P_{hr}$  pour une induction de forme circulaire ou elliptique. Ces pertes s'expriment en fonction de  $r_e$ ,  $r_h$  et du rapport d'ellipticité  $c$  ( rapport entre le petit axe et le grand axe de l'ellipse) comme suit :

$$P_{er} = P_{ea}(B) \cdot [1 + c(r_e(B) - 1)] \quad (II.12)$$

$$P_{hr} = P_{ha}(B) \cdot [1 + c(r_h(B) - 1)] \quad (II.13)$$



**Figure II.3** Comportement de  $r_e(B)$  et  $r_h(B)$  dans le cas d'une tôle FeSi 3,2%

Les équations II.12 et II.13 permettent d'exprimer globalement les pertes en champ tournant en fonction de celles obtenues en régime d'induction unidirectionnel. L'introduction des paramètres expérimentaux  $r_h(B)$  et  $r_e(B)$  et leur approximation analytique par des segments de droite ne garantit pas une bonne précision. Elle souligne aussi la difficulté d'une prise en compte théorique satisfaisante des interactions entre les axes. Elle autorise aussi d'autres approches phénoménologiques comme celle que nous allons décrire ci-dessous.

### II.2.3 Modèle de représentation des pertes magnétiques par hystérésis obtenu à partir d'une analogie de comportement avec le couple d'une machine à induction monophasée

Le comportement des pertes par hystérésis en induction tournante a été modélisé par analogie de fonctionnement avec le couple d'une machine à induction monophasée (figure II.4). L'évolution du couple avec le glissement présente en effet une similitude frappante avec l'évolution des pertes par hystérésis en fonction de l'induction (figures II.4 et II.5). Plusieurs études ont été réalisées depuis 1960 afin d'élaborer des modèles empiriques qui expriment le comportement des pertes par hystérésis à partir de l'expression générale obtenue pour le couple d'une machine asynchrone monophasée. Nous présentons brièvement une étude récente [ZHU-95]. Nous allons ensuite exploiter cette analogie de comportement en lui associant le modèle de comportement des pertes en champ tournant développé par Bertotti-Fiorillo afin d'obtenir une formulation qui nous permettra d'accéder à la dépendance des pertes en fonction de la fréquence et de l'induction.

### II.2.3.a Couple électromagnétique développé dans une machine asynchrone monophasée

Le couple électromagnétique dans une phase d'une machine à induction s'exprime par :

$$T_r = k\Phi_s\Phi_r\sin(\delta) \quad (\text{II.14})$$

$\Phi_s$  et  $\Phi_r$  sont respectivement les résultantes des composantes du flux tournant statorique et rotorique,  $k$  est un coefficient constant et  $\delta$  est l'angle entre les vecteurs  $\Phi_s$  et  $\Phi_r$ .

La figure II.5 donne l'évolution du couple électromagnétique avec le glissement.

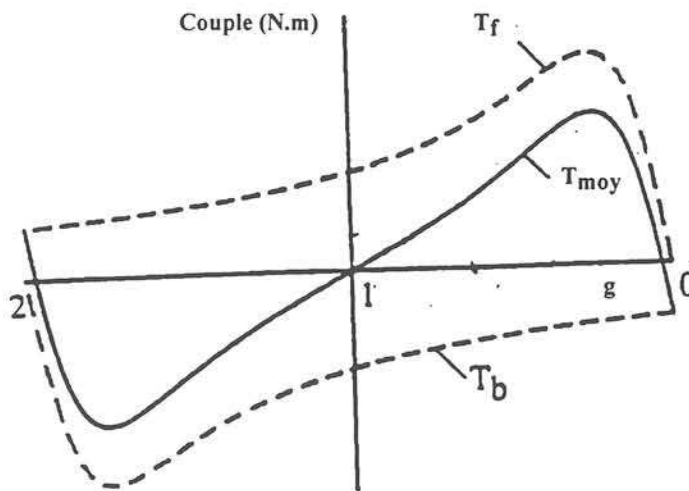


Figure II.4 Couple d'une machine asynchrone monophasée en fonction du glissement  $Te(g)$

$T_f$  et  $T_b$  sont les valeurs du couple obtenues pour les deux sens de rotation. Le couple hystérétique moyen est obtenu à partir de la relation suivante

$$T_{\text{moy}} = T_f + T_b \quad (\text{II.15})$$

En d'autres termes, on peut exprimer analytiquement  $T_{\text{moy}}$  en fonction des paramètres des circuits magnétiques à partir des expressions suivantes :

$$T_f = \frac{V^2}{2\omega_{\text{syn}}} \frac{R_2/g}{(R_1 + R_2/g)^2 + (X_1 + X_2)^2} \quad (\text{II.16})$$

et

$$T_b = \frac{V^2}{2\omega_{\text{syn}}} \frac{R_2/(2-g)}{(R_1 + R_2/(2-g))^2 + (X_1 + X_2)^2} \quad (\text{II.17})$$

$g$  : Glissement

$R_1, R_2, X_1$  et  $X_2$  : Résistances et réactances statoriques et rotoriques

$\omega_{\text{syn}}$  : vitesse de synchronisme

### II.2.3.b Principe du modèle [ZHU-95]

Les pertes magnétiques par hystérésis mesurées en régime d'induction tournante présentent l'allure donnée dans la figure II.5 où  $M$  et  $M_s$  sont respectivement les polarisations magnétiques de travail et de saturation.

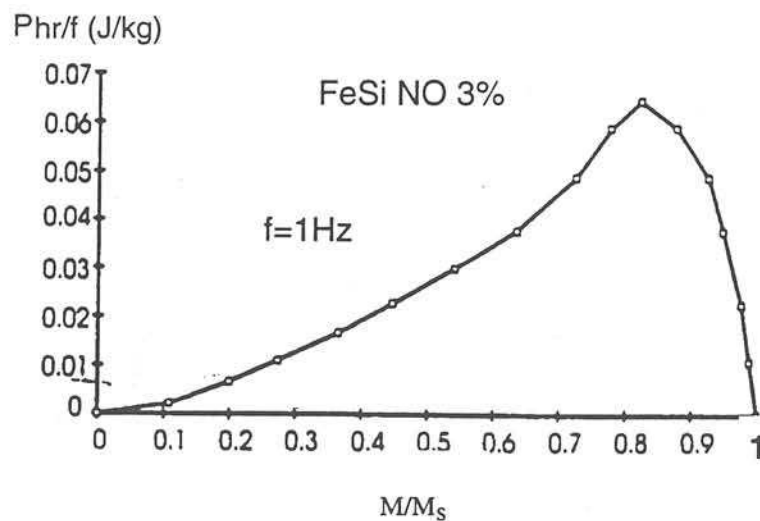


Figure II.5 Pertes par hystérésis mesurées, tôle FeSi NO  $f=1\text{Hz}$

Elles peuvent être calculées à partir du couple d'une machine asynchrone monophasée en utilisant l'équation suivante :

$$P_r = \frac{1}{T\rho_m} \int_0^T T_r \, dt \quad (\text{II.18})$$

$T$  : la période

$\rho_m$  : densité  $\text{kg/m}^3$

$T_r$  : couple instantané par unité de volume  $\text{N/m}^2$

Dans le cas où  $\mathbf{B}$  ou  $\mathbf{H}$  sont circulaires les pertes rotationnelles sont obtenues par :

$$\frac{P_r}{f} = \frac{2\pi}{\rho_m} T_{\text{moy}} \quad (\text{II.19})$$



$$\text{où } T_{\text{moy}} = |\mathbf{B} \times \mathbf{H}| = BH \sin(\delta) \quad (\text{II.20})$$

et  $\delta$  est l'angle entre les vecteurs  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$

### II.2.3.c Modèle des pertes par hystérésis en champ tournant

La comparaison entre les pertes par hystérésis mesurées en fonction de l'induction tournante  $P(B)$  (figure II.4) et le couple électromagnétique en fonction du glissement  $T_e(g)$  (figure II.5) met en évidence une similitude quasi parfaite entre les tracés des deux fonctions. Ceci a motivé des recherches permettant de faire le rapprochement entre ces deux fonctions en supposant que les pertes par hystérésis varient de la même façon que le couple d'une machine asynchrone monophasée avec le glissement.

Les relations II.15, 16, 17 et 20 permettent d'exprimer analytiquement les pertes par hystérésis  $P_{hr}$  :

$$\frac{P_{hr}}{f} = a_1 \cdot \left[ \frac{\frac{1}{g}}{\left(a_2 + \frac{1}{g}\right)^2 + a_3} - \frac{\frac{1}{(2-g)}}{\left(a_2 + \frac{1}{(2-g)}\right)^2 + a_3} \right] \quad (\text{II.21})$$

avec

$$a_1 = \frac{V^2}{2 \cdot \omega_{\text{syn}} \cdot R_2} \quad (\text{J/kg}), \quad a_2 = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{et} \quad a_3 = \left( \frac{X_2 + X_1}{R_2} \right)^2$$

$$g = 1 - \frac{M}{M_s} \sqrt{1 - \frac{1}{a_2^2 + a_3}}$$

L'expression (II.21) constitue l'expression finale qui permet de prédéterminer les pertes par hystérésis tournante avec l'induction. L'identification du modèle nécessite la connaissance des trois paramètres  $a_1$ ,  $a_2$ , et  $a_3$  ainsi que de  $M_s$ . La comparaison entre les résultats fournis par le modèle et les résultats expérimentaux est très satisfaisante (figure II.6) [ZHU-95].

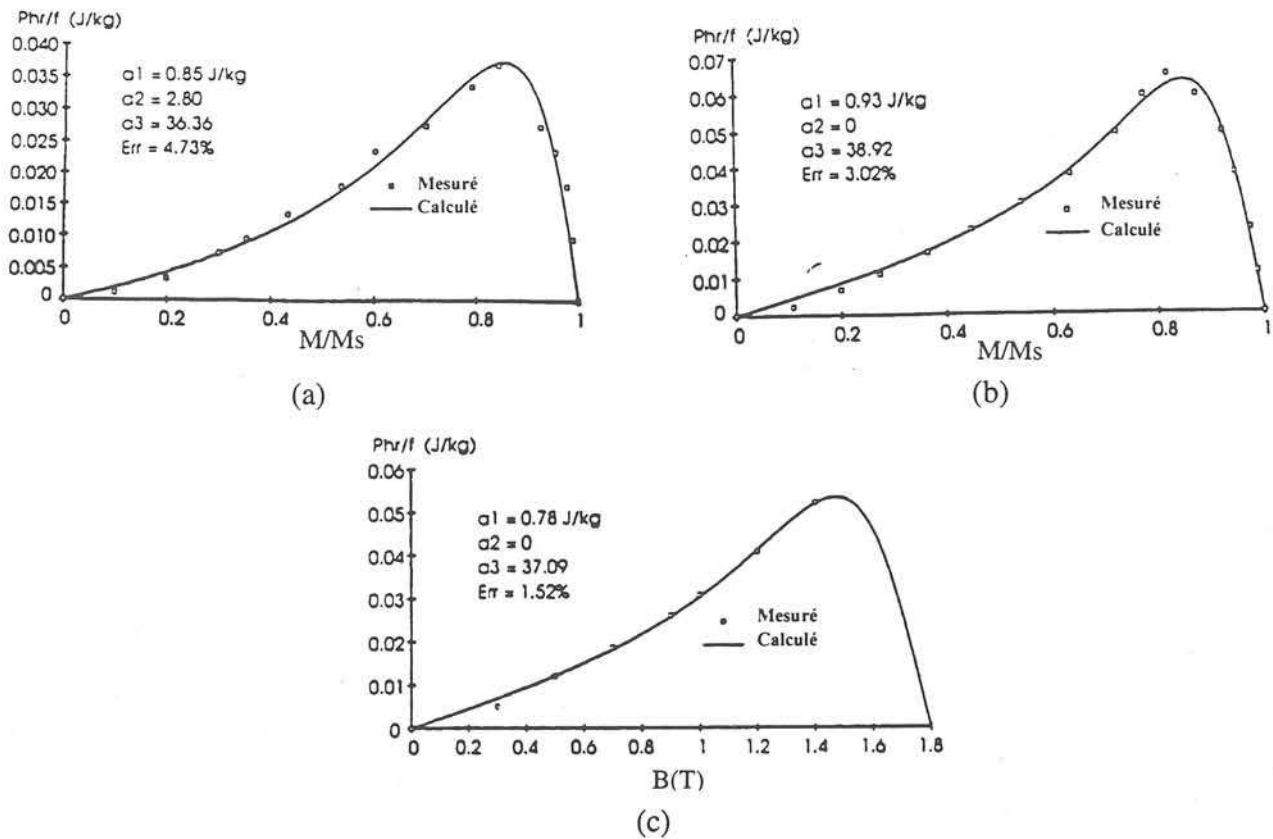


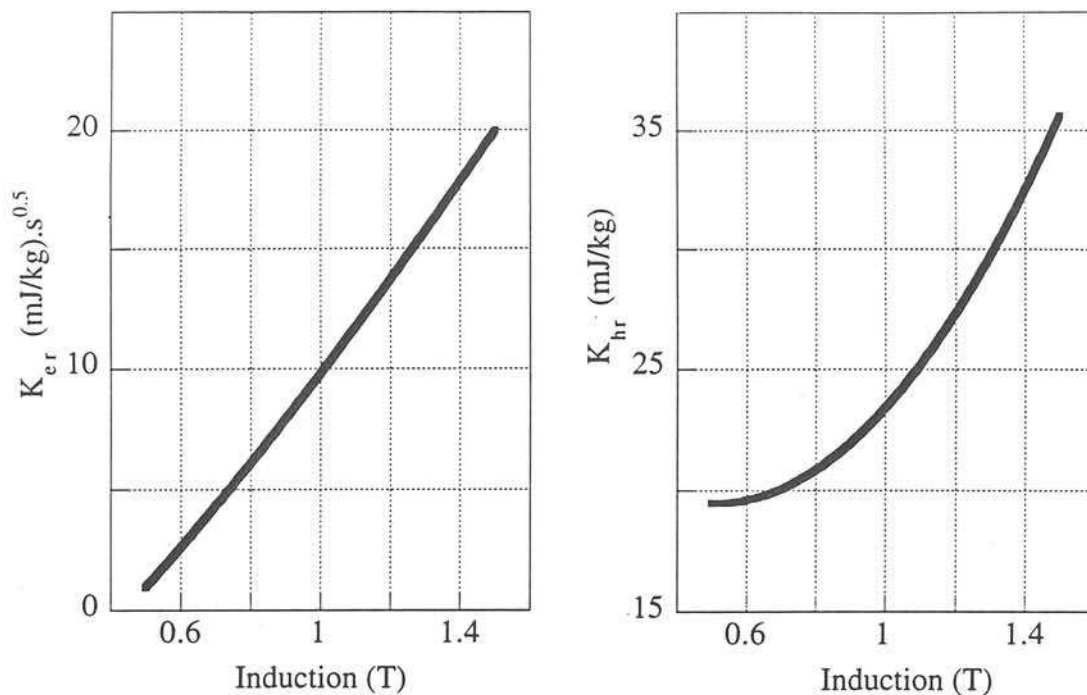
Figure II.6 Vérification du modèle des pertes par hystérésis, (a) tôle FeSi GO;  $H$  circulaire, (b) tôle FeSi NO;  $H$  circulaire, (c) tôle FeSi NO;  $B$  circulaire [ZHU-95]

## II.2.4 Modèle mixte combinant le modèle précédent et celui développé par Bertotti et Fiorillo

Le modèle de Bertotti-Fiorillo permet de déterminer les pertes en induction tournante en fonction de la fréquence grâce à la détermination préalable des deux constantes  $K_{hr}$  et  $K_{er}$ . Cependant la dépendance avec le niveau de l'induction reste plus difficile à déterminer et nécessite des mesures supplémentaires. Le modèle utilisant l'analogie avec le couple de la machine à induction permet de déterminer les pertes par hystérésis (quasi statique) en fonction de l'induction de manière précise. Nous avons essayé d'associer les deux modèles afin d'obtenir une formulation générale des pertes en fonction de l'induction et de la fréquence à partir d'un minimum d'essais expérimentaux. Cette approche a résulté d'une analyse des coefficients  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  en fonction de l'induction.

### II.2.4.a Étude des variations de $K_{hr}$ et $K_{er}$ pour différents niveaux d'induction tournante

Les courbes de la figure II.7 donnent l'évolution des constantes  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  en fonction de l'induction dans le cas de la tôle Fe NO 0.65mm. Elles ont été déterminées expérimentalement pour des inductions variant de 0,5 à 1,5 T et à partir d'essais à deux fréquences différentes : 40 et 33Hz.

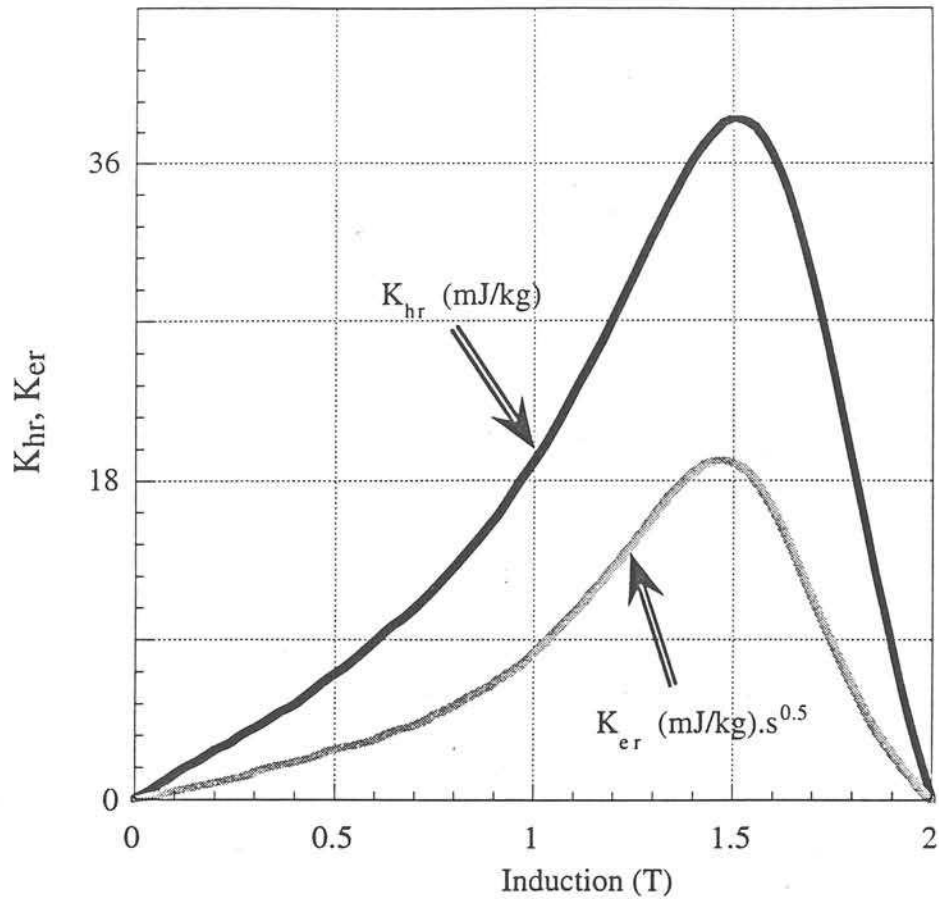


**Figure II.7** Évolution des constantes  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  expérimentales avec l'induction

Ces essais n'ont pas pu être élargis à des inductions supérieures à cause de la puissance limitée du banc d'alimentation. Cependant la courbe  $K_{hr}(B)$  a la même allure que celle de  $P_{hr}(B)$  et peut être déduite dans toute la plage de variation de  $B$  à partir du modèle de la machine à induction. D'autre part, Fiorillo a montré expérimentalement que les pertes par excès suivent une variation analogue. On peut sembler-il déterminer  $K_{er}(B)$  de la même manière que  $K_{hr}(B)$ . Cette approche permet ainsi d'élaborer un modèle mixte qui s'appuie d'une part sur le concept de la séparation des pertes du modèle de Bertotti-Fiorillo et d'autre part sur le modèle de machine asynchrone monophasée pour la détermination de  $K_{hr}(B)$  et  $K_{er}(B)$ .

#### II.2.4.b Exploitation et validation

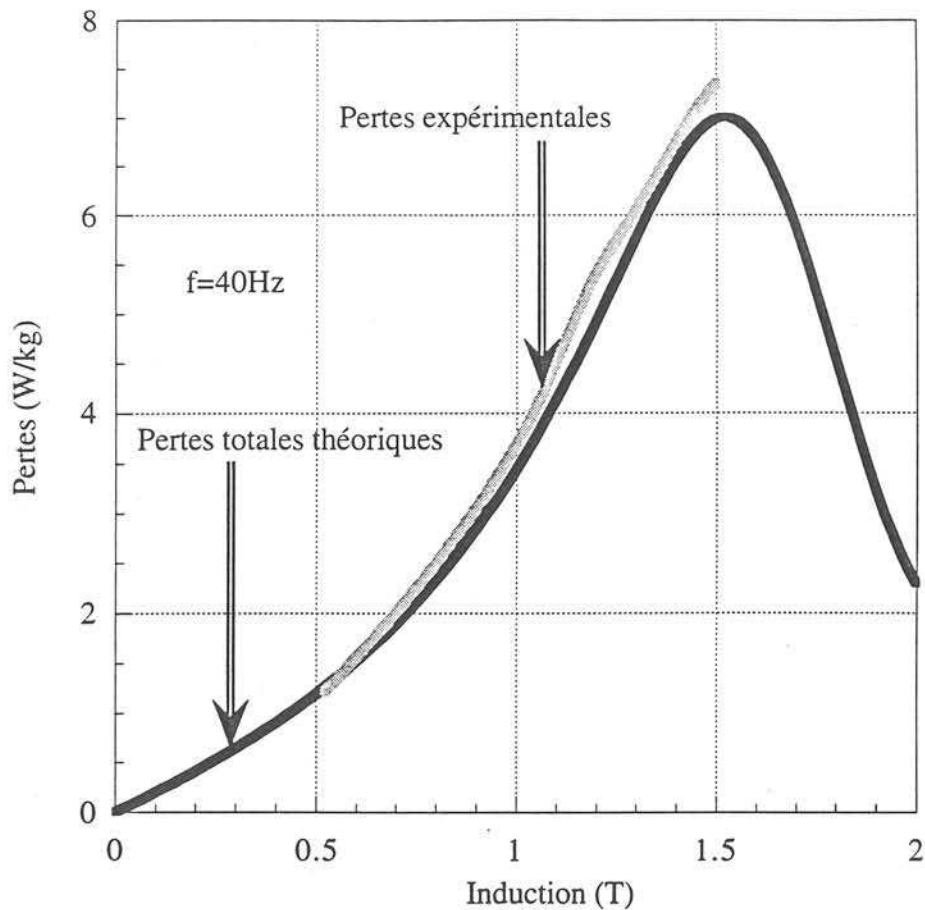
Le modèle de machine a été appliqué aux constantes  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  obtenues par le modèle Bertotti-Fiorillo. La détermination des courbes théoriques de  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  nécessite la connaissance des pertes magnétiques expérimentales pour trois niveaux d'induction circulaire (1,5T, 1,4T et 1T) à deux fréquences distinctes (40Hz et 33Hz). On obtient pour une induction donnée et pour deux fréquences distinctes deux valeurs de pertes mesurées qui nous permettent de calculer une valeur pour chacun des coefficients  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  à partir de l'équation (II.7) du modèle Bertotti-Fiorillo. Ce travail est répété pour deux autres valeurs d'induction circulaire. Ceci nous permet d'obtenir trois valeurs de  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  nécessaires pour appliquer le modèle de machine. La figure II.8 représente la variation théorique des constantes  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  avec l'induction obtenue par ce modèle.



**Figure II.8** Évolution des constantes théoriques avec l'induction

La connaissance des variations de  $K_{hr}$  et  $K_{er}$  en fonction de l'induction nous permet de les exploiter dans le modèle de BERTOTTI-FIORILLO (II.7) et ainsi le modèle mixte élaboré permet d'avoir une formulation dans laquelle on accède facilement à la dépendance des pertes en fonction de l'induction et de la fréquence.

Afin de tester notre approche, nous avons confronté les mesures expérimentales obtenues à 40Hz à celles fournies par le modèle mixte (figure II.9).



*Figure II.9 Pertes magnétiques totales en fonction de l'induction; comparaison du modèle proposé et de l'expérience,  $f=40\text{Hz}$ , tôle Fe NO 0,65 mm*

Les écarts constatés sont satisfaisants, ils sont de l'ordre de 4% au maximum. Ceci confirme la validité de notre démarche. Il serait intéressant d'utiliser ce modèle mixte en l'appliquant à d'autres échantillons, à des fréquences différentes et pour des niveaux d'induction élevés correspondant à une diminution progressive des pertes par hystérésis.

## II.3 ETUDE DU CHAMP MAGNETIQUE : relation vectorielle $B(H)$

Connaître le comportement magnétique, c'est connaître davantage la relation entre  $B$  et  $H$  et le déphasage entre ses deux grandeurs en tout point dans le plan de la tôle. Nous allons nous intéresser particulièrement à cette relation lorsque l'induction est tournante et circulaire. Nous examinerons les phénomènes physiques à l'origine de ce comportement vectoriel à savoir l'anisotropie et les effets dynamiques.

### II.3.1 Diagrammes polaires $H_y(H_x)$ [SPO-96]

Nous avons étudié l'évolution des diagrammes polaires avec la fréquence pour les trois types d'échantillons. Nous limitons cependant notre analyse aux deux tôles Fe NO 0,65 et FeSi GO 0,3 car elles présentent des caractéristiques extrêmes (figure II.10 et II.11). Ces diagrammes polaires traduisent l'anisotropie macroscopique du matériau qui est nettement visible dans le cas de la tôle FeSi GO mais qui est aussi présente dans le cas de la tôle Fe NO 0,65mm. L'augmentation de la fréquence introduit deux phénomènes essentiels :

- 1- une rotation des diagrammes

- 2- une augmentation de la surface des diagrammes notamment pour la tôle Fe NO 0.65

La rotation des diagrammes est due à une modification du déphasage entre  $B$  et  $H$  quand la fréquence augmente. Ceci peut s'expliquer par l'augmentation des pertes magnétiques avec la fréquence. Ces pertes tendent à freiner le mouvement de  $B$ . Des déphasages supplémentaires sont nécessaires pour maintenir une rotation uniforme de  $B$ .

L'augmentation de la surface caractérise bien la tôle Fe NO 0.65 (figure II.10) et le rapport  $H_y/H_x$  diminue quand la fréquence augmente. Les diagrammes deviennent progressivement des cercles. Cet effet d'homogénéisation est attribué aux courants induits qui font évoluer les diagrammes polaires vers un comportement isotrope.

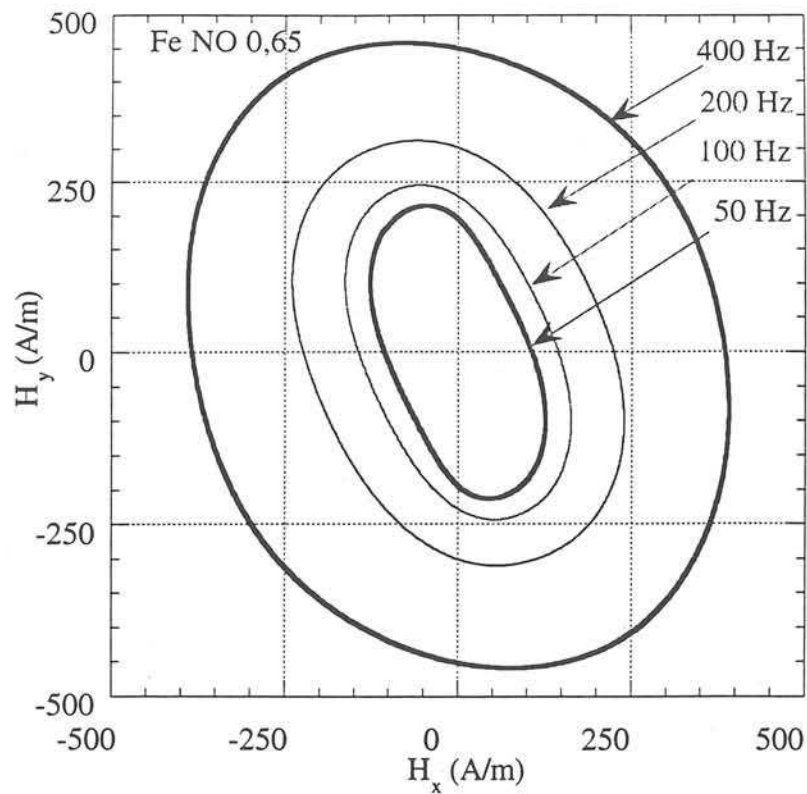


Figure II.10 Diagrammes polaires de  $\mathbf{H}$  pour la tôle Fe NO 0,65mm; induction circulaire  $B=1T$ ; sens de rotation de  $\mathbf{B}$  antihoraire

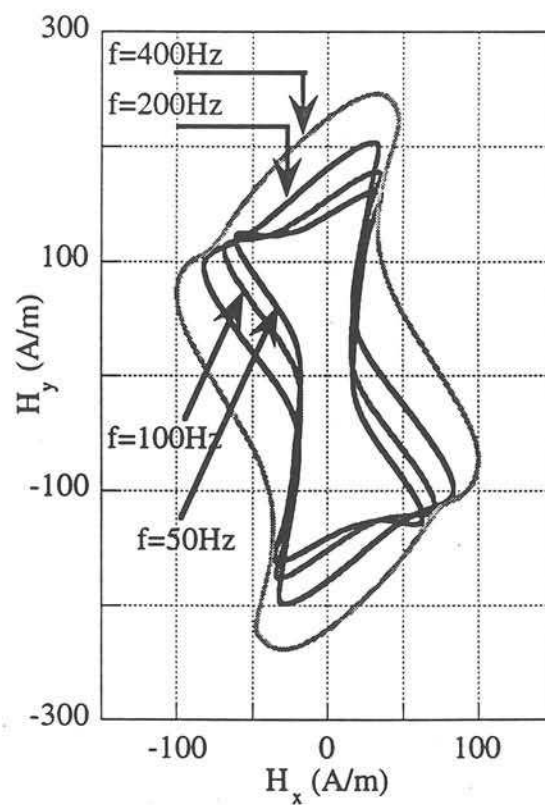


Figure II.11 Diagrammes polaires de  $\mathbf{H}$  pour la tôle FeSi GO 0,3mm; induction circulaire  $B=1T$ ; sens de rotation de  $\mathbf{B}$  antihoraire

### II.3.2 Analyse de l'amplitude et de la phase de $H$ au cours de la rotation de $B$

Les diagrammes polaires ne permettent pas de décrire explicitement la relation vectorielle entre  $B$  et  $H$ . Il faut étudier plus précisément la variation de l'amplitude du champ  $H$  ainsi que son déphasage avec  $B$  au cours du temps. La figure II.12 décrit l'influence de la fréquence sur ces courbes pour les tôles de qualité NO et GO.  $\varphi_B$  correspond à la position angulaire du vecteur  $B$  par rapport à la direction de laminage.

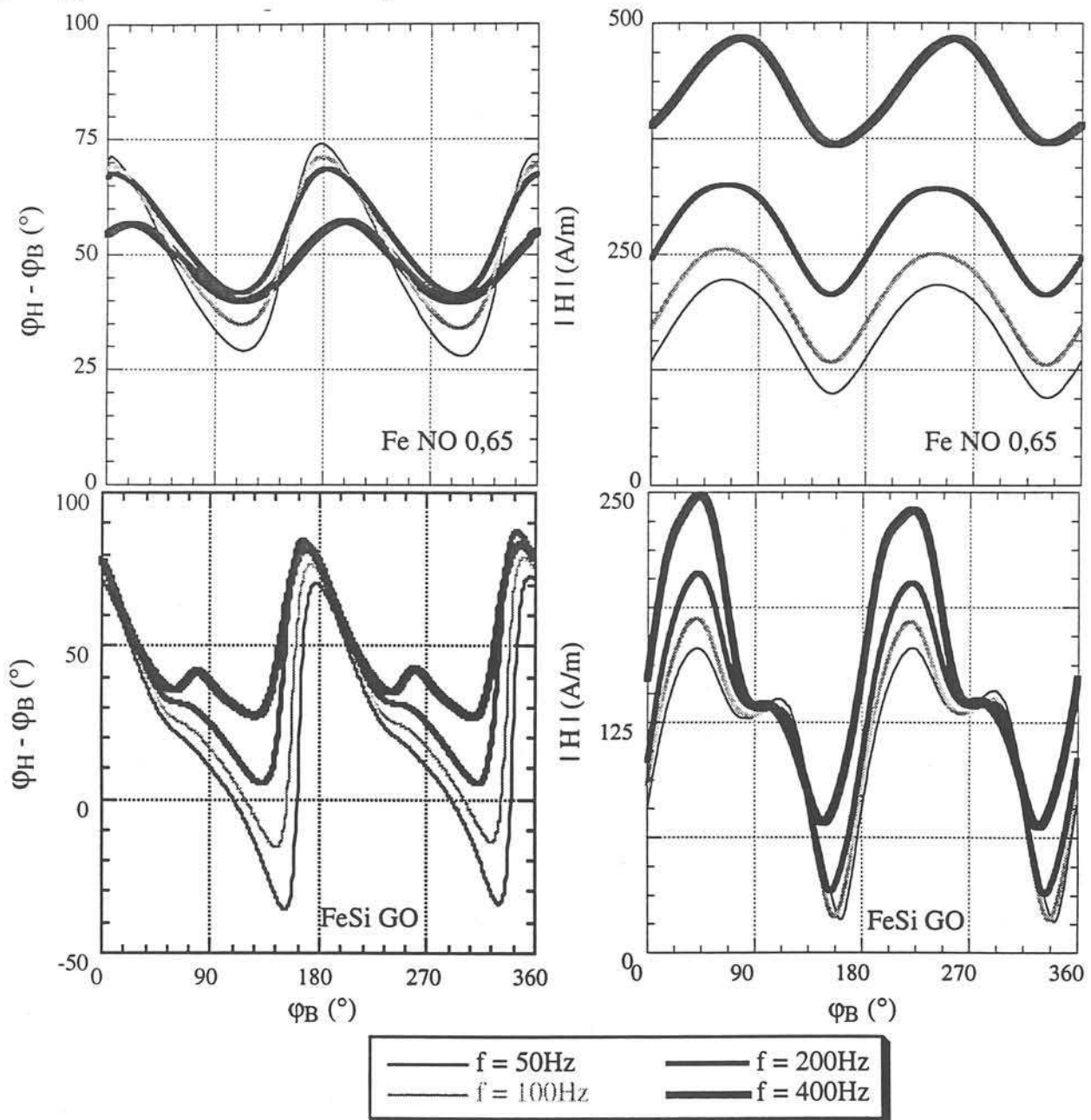


Figure II.12 Module du champ  $H$  et déphasage entre  $B$  et  $H$  en fonction de l'angle de rotation de  $B$ , l'induction est circulaire sens antihoraire  $B=1T$ , tôle FeSi GO et Fe NO 0,65mm



Comparons tout d'abord les courbes obtenues pour les deux échantillons à une même fréquence, par exemple 50Hz. On peut expliquer qualitativement leurs comportements par trois phénomènes :

- l'hystérésis
- l'anisotropie
- les courants induits

Ces phénomènes sont cependant liés et leurs effets ne peuvent pas être quantitativement séparés. On peut néanmoins donner les tendances de chacun sur l'évolution vectorielle de  $\mathbf{H}$ .

L'hystérésis et les courants induits engendrent des pertes magnétiques qu'on peut assimiler à un frottement solide et visqueux respectivement. Le milieu s'oppose à la rotation de  $\mathbf{B}$ . Pour compenser ce phénomène le champ  $\mathbf{H}$  doit être d'une part plus élevé et d'autre part en avance de phase par rapport à  $\mathbf{B}$ . c'est ce qu'on observe pour le tôle NO où le déphasage est systématiquement positif (le sens de rotation de  $\mathbf{B}$  est antihoraire). Le déphasage moyen est nettement supérieur à celui de la tôle FeSi GO ( $49^\circ$  au lieu  $19^\circ$ , tableau II.1) car cette dernière présente des pertes magnétiques nettement plus faibles. Il en est de même pour la valeur moyenne de l'amplitude du champ  $\mathbf{H}$ .

L'anisotropie est à l'origine des fluctuations de  $|\mathbf{H}|$  et de  $\varphi_H - \varphi_B$  en fonction de  $\varphi_B$ . A 50 Hz, 1T, le déphasage varie brutalement de  $-33^\circ$  à  $+74^\circ$  au voisinage de la direction de laminage (direction de facile aimantation) pour la tôle FeSi GO.

Pour l'échantillon NO, le déphasage varie aussi beaucoup de  $+30^\circ$  à  $+74^\circ$  mais moins brutalement que la tôle FeSi GO. On observe un comportement similaire sur l'amplitude du champ  $\mathbf{H}$  (tableau II.1) ( $\frac{|\mathbf{H}|_{\min}}{|\mathbf{H}|_{\max}} = 10$  et  $2,4$  respectivement pour la tôle GO et NO). Ce phénomène est accentué pour une induction de valeur supérieure.

L'augmentation de la fréquence entraîne forcément une augmentation des pertes magnétiques et doit donc augmenter les valeurs moyennes de l'amplitude de  $\mathbf{H}$  et de son déphasage avec  $\mathbf{B}$ . C'est ce qu'on observe globalement sur les courbes de la figure II.12 et dans le tableau II.1. Les champs  $|\mathbf{H}|_{\text{moy}}$  à 400Hz est 2,6 et 1,4 fois celui obtenu à 50Hz respectivement pour la tôle NO et GO.  $|\varphi_H - \varphi_B|_{\text{moy}}$  augmente d'environ  $30^\circ$  pour la tôle FeSi GO. Dans le cas de la tôle NO cet effet est peu perceptible. Il peut s'expliquer par le fait qu'à 50Hz et compte tenu de l'importance des pertes dans cette tôle le déphasage entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  a déjà atteint une valeur limite. On peut facilement démontrer que cette limite existe et vaut  $45^\circ$  dans le modèle isotrope linéaire.

L'augmentation de la fréquence a tendance à atténuer l'effet de l'anisotropie du matériau. On observe une diminution des fluctuations de déphasage entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  tant pour la tôle GO que pour la tôle NO. Elles passent respectivement de  $107^\circ$  à  $57^\circ$  et de  $47^\circ$  à  $17^\circ$  quand la fréquence varie de 50Hz à 400Hz. On observe aussi une diminution de l'écart entre les valeurs extrémales du module de  $\mathbf{H}$  de l'ordre de 10% pour la tôle NO. Cette diminution n'est pas observée pour la tôle GO. Cependant en valeur relative les fluctuations de  $|\mathbf{H}|_y$  sont plus petites à 400Hz qu'à 50Hz.

Tôle		$ H _{\text{moy}}$ (A/m)	$ H _{\text{min}}$ (A/m)	$ H _{\text{max}}$ (A/m)	$\Delta H $ (A/m)	$\beta_{\text{moy}}$ (°)	$\beta_{\text{min}}$ (°)	$\beta_{\text{max}}$ (°)	$\Delta\beta$ (°)
Fe NO 0,65	f=50 Hz	166	94	222	128	49	27	74	47
	f=400 Hz	426	368	483	115	48	40	57	17
	taux	2,6	3,9	2,2	0,9	1	1,5	0,8	0,4

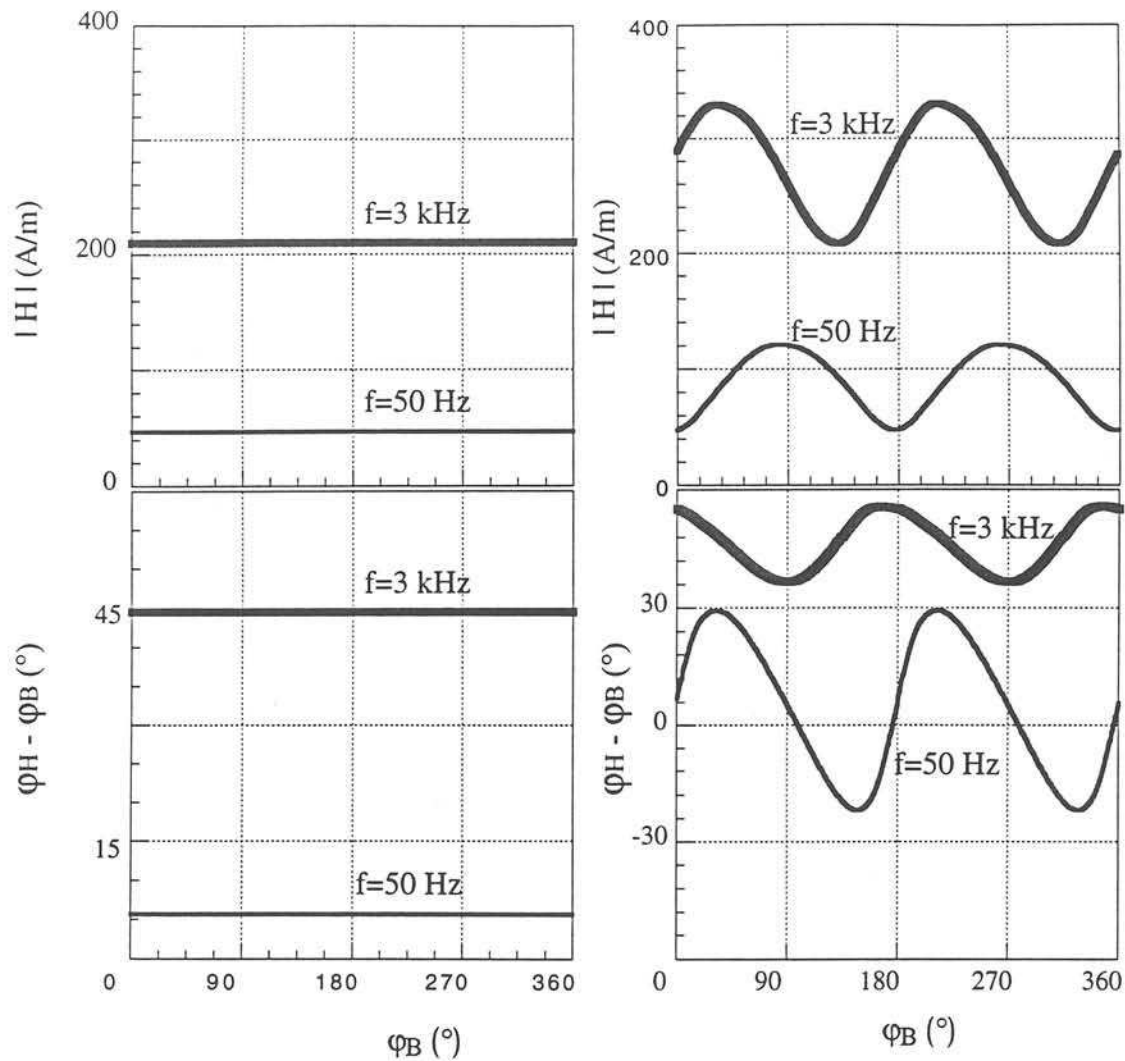
FeSi GO 0,3	f=50 Hz	113	16	165	107	19	-35	72	107
	f=400 Hz	154	68	248	180	48	26	83	57
	taux	1,4	4,3	1,5	1,7	2,5	0,7	1,2	0,5

$$\beta = \varphi_H - \varphi_B \text{ (°)} \quad \text{taux} = \frac{\text{mesure à 400Hz}}{\text{mesure à 50Hz}}$$

**Tableau II.1** Comparaison et évolution avec la fréquence du module du champ et du déphasage entre  $B$  et  $H$  pour les échantillons FeSi GO 0,3 et Fe NO 0,65

Nous avons essayé d'évaluer les effets des courants induits sur l'évolution du vecteur champ magnétique par un calcul simple en résolvant l'équation de la diffusion. Le matériau étant supposé homogène, les hypothèses suivantes ont été considérées :

- 1- loi  $B(H)$  linéaire
- 2- l'induction est circulaire ( sinusoïdale pour la direction de laminage et pour la direction transverse)
- 3- la solution est la superposition des solutions obtenues sur chacun des axes
- 4- le matériau est soit isotrope, soit anisotrope avec un rapport  $\mu_x/\mu_y=2,5$



a- matériau linéaire isotrope  $\mu_x/\mu_y=1$       b- matériau linéaire anisotrope  $\mu_x/\mu_y=2,5$

**Figure II.13** Déphasage théorique entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  et module du champ  $\mathbf{H}$  obtenus à partir des équations de Maxwell pour deux fréquences distinctes 50Hz et 3kHz et deux rapports de perméabilité  $\mu_x/\mu_y$  1 et 2,5, induction circulaire  $B=1T$  (sens antihoraire)

Lorsque le matériau est isotrope, le module de  $\mathbf{H}$  et son déphasage avec  $\mathbf{B}$  sont bien évidemment indépendants de l'orientation de  $\mathbf{B}$ . Par contre, ces grandeurs fluctuent lorsque la perméabilité est anisotrope ( $\mu_x/\mu_y = 2,5$ ). L'augmentation de la fréquence engendre une augmentation de  $|\mathbf{H}|_{\text{moy}}$  valeur moyenne de  $|\mathbf{H}|$ , et de  $\phi_H - \phi_B$ . On constate enfin que l'amplitude des fluctuations de  $\frac{|\mathbf{H}|}{|\mathbf{H}|_{\text{moy}}}$  diminue fortement quand la fréquence augmente. On retrouve dans ce modèle simple les évolutions expérimentales décrites précédemment que nous avons déjà attribuées à l'anisotropie des tôles. L'existence de l'hystérésis et de la non linéarité de la loi d'aimantation empêchent une comparaison plus poussée du modèle avec l'expérience.

## II.4 CONCLUSION

Bertotti a proposé un modèle basé sur la décomposition des pertes magnétiques en 3 termes : pertes classiques, pertes par hystérésis et pertes en excès. Il a su donner à chacune d'entre elles des justifications physiques, notamment pour les pertes en excès. Mais on doit rester prudent vis à vis de cette théorie lorsque les tôles ne présentent pas une épaisseur adaptée à leur fréquence de travail, l'effet de peau n'étant plus alors négligeable.

La combinaison du modèle scalaire de Bertotti-Fiorillo et celui qui utilise l'analogie avec le couple d'une machine asynchrone monophasée est intéressante dans la mesure où elle permet d'accéder facilement à la dépendance des pertes avec la fréquence et l'induction dans tout le domaine d'utilisation. Il suffit alors de connaître six valeurs expérimentales des pertes magnétiques obtenues pour trois niveaux d'induction à deux fréquences données.

Nous avons pu constater qu'une représentation vectorielle de la loi  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  est nécessaire pour une bonne description du comportement magnétique de la tôle. Elle permet également d'accéder aux pertes. A travers cette étude, on a pu mettre en évidence l'aspect complexe du comportement bidirectionnel des tôles magnétiques. Cette difficulté peut être ressentie lorsqu'on analyse le module de  $\mathbf{H}$  ou le déphasage entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  : ceux-ci dépendent étroitement et conjointement de l'hystérésis, de l'anisotropie et des courants induits.

Peu de modèles ont été développés pour décrire à la fois l'hystérésis et l'anisotropie. Un calcul de diffusion basé sur les équations de Maxwell et appliqué à un matériau linéaire éventuellement anisotrope décrit qualitativement les propriétés que nous avons observées. Une approche quantitative reste à élaborer pour se rapprocher au mieux de l'expérience.

Dans le chapitre suivant, nous allons donc accorder un intérêt particulier à la représentation vectorielle mais nous nous limiterons cependant, pour simplifier, au comportement réversible.

## **CHAPITRE III**

# **COMPORTEMENT RÉVERSIBLE DU FESI GO EN RÉGIME D'INDUCTION CIRCULAIRE**



## CHAPITRE III

# COMPORTEMENT RÉVERSIBLE DU FESI GO EN RÉGIME D'INDUCTION CIRCULAIRE

### III.1 INTRODUCTION

Nous allons dans ce chapitre analyser le comportement vectoriel de la caractéristique réversible. Nous étudierons essentiellement les tôles à grains orientés qui présentent une anisotropie prédominante. Notre but est d'établir les bases d'un modèle permettant de représenter qualitativement cette caractéristique. Pour que l'hystérésis et les phénomènes dissipatifs n'interviennent pas, on s'intéressera seulement au comportement réversible.

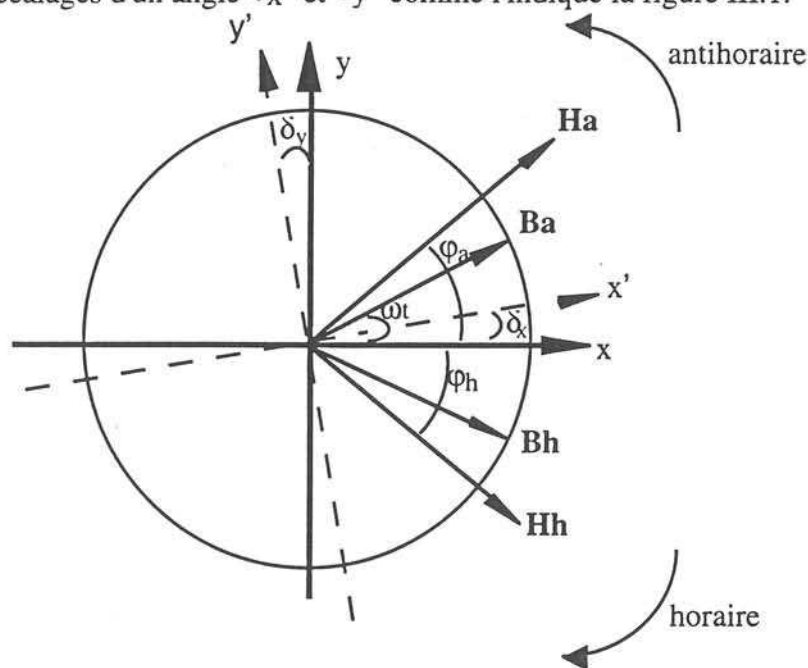
La caractéristique réversible en régime d'induction circulaire est difficile à obtenir à partir des mesures expérimentales directes. Pour surmonter cette difficulté on a utilisé une méthode indirecte. Cette méthode est inspirée des observations réalisées sur le comportement dynamique des diagrammes polaires  $H_y(H_x)$ . On a montré dans le chapitre précédent que la fréquence introduit essentiellement la rotation des diagrammes et l'augmentation du module de  $\mathbf{H}$ . Il est possible de déduire la courbe réversible à partir d'une caractéristique dynamique si on élimine les effets de la fréquence. Pour cela des formules adéquates seront utilisées. Elles permettront d'obtenir une caractéristique réversible réorientée suivant les axes de symétrie de la tôle.

Ce traitement sera répété pour différentes fréquences afin d'apprécier la pertinence de la méthode et ses limites.



### III.2 CORRECTION DES MESURES RÉALISÉES

Les axes de mesure des bobines de **B** et **H** ne sont pas parfaitement alignés et ne coïncident forcément pas avec ceux du matériau (direction de laminage et transverse). Cela affecte les grandeurs magnétiques mesurées. C'est pour cette raison que tous les résultats concernant les pertes et le champ magnétique en induction tournante présentés dans ce travail correspondent à des valeurs moyennes corrigées obtenues en faisant tourner l'induction dans le sens de rotation horaire et antihoraire. Cela permet d'annuler les erreurs de positionnement des bobines captrices du champ. Ceci est vrai tant que le décalage entre les axes de référence reste faible [ZOU-91]. Supposons que les bobines de **B** se superposent avec les axes de référence et que les bobines de **H** présentent des décalages d'un angle  $\delta_x$  et  $\delta_y$  comme l'indique la figure III.1.



*Figure III.1 Décalage angulaire dû à un mauvais positionnement des bobines de **H***

On désignera par **B<sub>h</sub>**, **H<sub>h</sub>**, **B<sub>a</sub>** et **H<sub>a</sub>** les inductions et les champs magnétiques tournant dans le sens horaire (h) et antihoraire (a).

Lorsque le vecteur **B** tourne dans le sens antihoraire on mesure :

$$\mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix}$$

et

$$\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} H_x \cos \delta_x + H_y \sin \delta_x \\ -H_x \sin \delta_y + H_y \cos \delta_y \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$



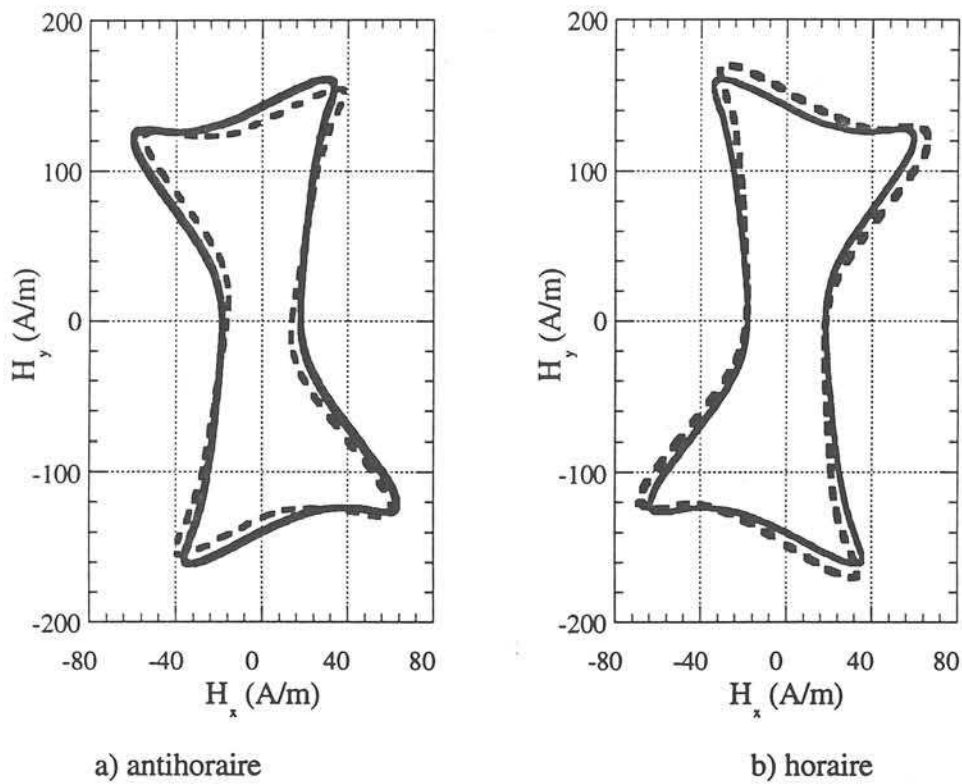
Lorsque  $\mathbf{B}$  tourne dans le sens horaire, il existe un instant où les composantes de  $\mathbf{B}$  valent  $B_x$  et  $-B_y$ . A cet instant les composantes de  $\mathbf{H}_h$  valent :

$$\mathbf{H}_h = \begin{bmatrix} H_x \cos \delta_x - H_y \sin \delta_x \\ -H_x \sin \delta_y - H_y \cos \delta_y \end{bmatrix}$$

d'où

$$H_x = \frac{H_{ax} + H_{hx}}{2} \quad (\cos \delta_x \approx 1) \quad (\text{III.2})$$

$$H_y = \frac{H_{ay} - H_{hy}}{2} \quad (\cos \delta_y \approx 1) \quad (\text{III.3})$$



**Figure III.2** Diagrammes polaires  $H_y(H_x)$  horaire et antihoraire mesurés (continu) et diagrammes corrigés (points), fréquence 50Hz, induction circulaire  $B=1T$ .

De façon analogue, il faut corriger des défauts d'alignement des bobines les mesures effectuées lorsque  $\mathbf{B}$  tourne dans le sens horaire. Pour cela, on utilisera les mesures faites dans le sens antihoraire. Le détail de cette correction est :

Lorsque  $\mathbf{B}$  tourne dans le sens horaire, on mesure :

$$\mathbf{B}_h \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \quad \mathbf{H}_h \begin{pmatrix} H_x \cos \delta_x + H_y \sin \delta_x \\ -H_x \sin \delta_y + H_y \cos \delta_y \end{pmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Il existe un instant, où quand **B** tourne dans le sens antihoraire ses composantes valent  $+B_x$  et  $-B_y$ .  
A cet instant, les composants de **H<sub>a</sub>** sont :

$$\mathbf{H}_a \begin{pmatrix} H_x \cos \delta_x - H_y \sin \delta_x \\ -H_x \sin \delta_y - H_y \cos \delta_y \end{pmatrix} \quad (\text{III.5})$$

La correction s'effectue donc, en calculant :

$$H_x = \frac{H_{hx} + H_{ax}}{2} \quad (\text{III.6})$$

et

$$H_y = \frac{H_{hy} - H_{ay}}{2} \quad (\text{III.7})$$

La figure III.2 montre l'influence du décalage angulaire entre les bobines de champ et d'induction sur les diagrammes polaires  $H_y(H_x)$ .

La sensibilité des pertes à un mauvais positionnement des bobines de champ peut être forte. L'exemple suivant montre que dans le cas d'une tôle FeSi GO, l'écart entre les pertes mesurées à 50Hz et 1T pour l'induction circulaire peut atteindre 15% entre les deux sens de rotation.

$$P_a \text{ W/kg} = 2,29 \text{ W/kg}$$

$$P_h \text{ W/kg} = 2 \text{ W/kg}$$

$$P_m \text{ W/kg} = (P_a + P_h) / 2 \quad (\text{III.8})$$

$P_m$  : Pertes moyennes mesurées

Les pertes moyennes  $P_m$  correspondent aux pertes corrigées des erreurs d'alignement des bobines de mesure [ SIE-93].

Par la suite les résultats présentés auront préalablement été corrigés des défauts d'alignement.

### III.3 LA CARACTÉRISTIQUE RÉVERSIBLE

En uniaxial, une caractéristique réversible peut se construire à partir d'un cycle quasi statique en prenant, pour une induction donnée, la valeur moyenne des excitations croissantes et décroissantes correspondantes. La transposition en champ bidimensionnel de cette méthode n'est pas évidente. Deux idées viennent à l'esprit :

- établir, pour chaque direction du plan la caractéristique réversible du matériau en faisant "comme si" les conditions uniaxiales étaient réalisées. Les mesures seront assurément longues et d'autre part quand **B** reste parallèle à une direction, **H** s'en écarte, contrairement aux déterminations uniaxiales habituelles.

- faire tourner de façon quasi statique l'induction dans un sens ou dans l'autre. On cherchera alors à utiliser les cycles horaires et antihoraires obtenus. Compte tenu de la difficulté de

mesure en quasi statique, il sera cependant préférable expérimentalement d'utiliser des mesures dynamiques et d'en déduire le comportement réversible.

### III .3.1 Méthode de détermination de la caractéristique réversible

On peut obtenir le comportement réversible grâce à un traitement adéquat qui élimine les effets de l'hystérésis et de la dynamique. La méthode proposée est inspirée de l'analyse des effets de la fréquence sur l'évolution des diagrammes  $H_y(H_x)$ .

On observe généralement un déphasage dû à l'hystérésis et aux courants induits. Il est généralement positif pour le sens horaire et négatif pour dans le cas contraire (figure III.3).

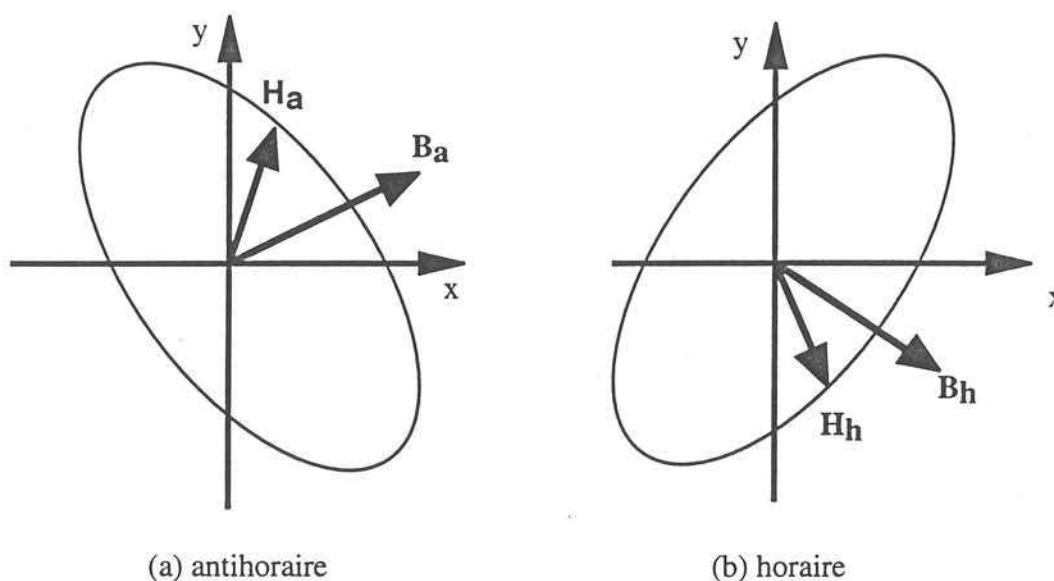


Figure III.3 Comportement schématique des vecteur  $H$  et  $B$  dans le sens horaire

On considère que les champs  $H_a$  et  $H_h$  sont la somme vectorielle de deux composantes (hystérésis et réversible).

$$H_a = H_{rev} + H_{hys}$$

$$H_h = H_{rev} - H_{hys}$$

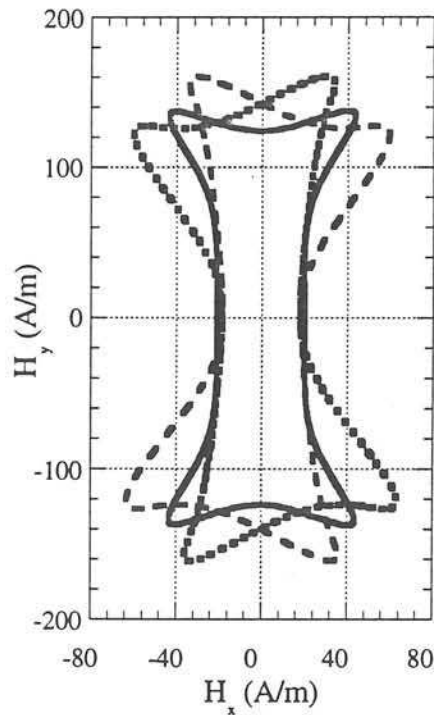
$H_{rev}$  et  $H_{hys}$  sont respectivement le vecteur champ réversible et le vecteur champ hystérétique.

Les diagrammes  $H_y(H_x)$  sont déterminés en effectuant pour la même valeur de  $B$ , la demi somme des excitations obtenues pour chaque sens de rotation ainsi que l'indiquent les expressions suivantes :

$$H_{xrev} = \frac{H_{ax} + H_{hx}}{2} \quad (III.9)$$

$$H_{yrev} = \frac{H_{ay} + H_{hy}}{2} \quad (III.10)$$

Le résultat ( $H_{xrev}$ ,  $H_{yrev}$ ) ne dépend plus de la convention horaire/antihoraire. Ce moyennage particulier permet d'éliminer l'hystérésis qui affecte la phase et l'amplitude de  $\mathbf{H}$ . La Figure III.4 montre la caractéristique  $H_y(H_x)$  réversible obtenue sous une induction circulaire tournant à vitesse constante à partir d'un essai à 50Hz.

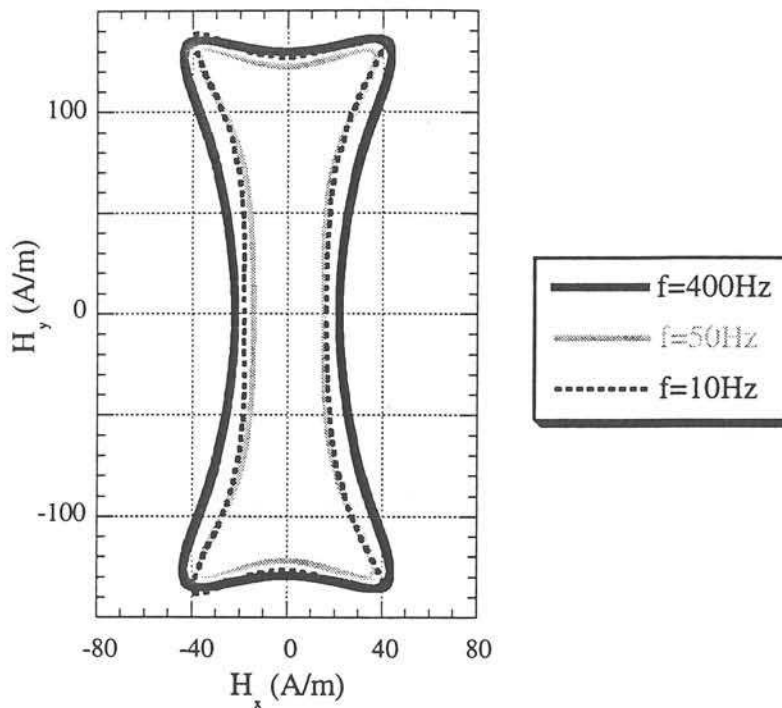


**Figure III.4** Caractéristique réversible (continue) obtenue à partir d'un essai dynamique (point antihoraire, discontinu horaire) à 50Hz, induction circulaire  $B=1T$ , tôle FeSi GO

Cette courbe réversible est symétrique par rapport aux axes principaux de l'échantillon (long et transverse), et on distingue les propriétés d'anisotropie de la tôle à grains orientés.

### III.3.2 Validation et limite de la méthode

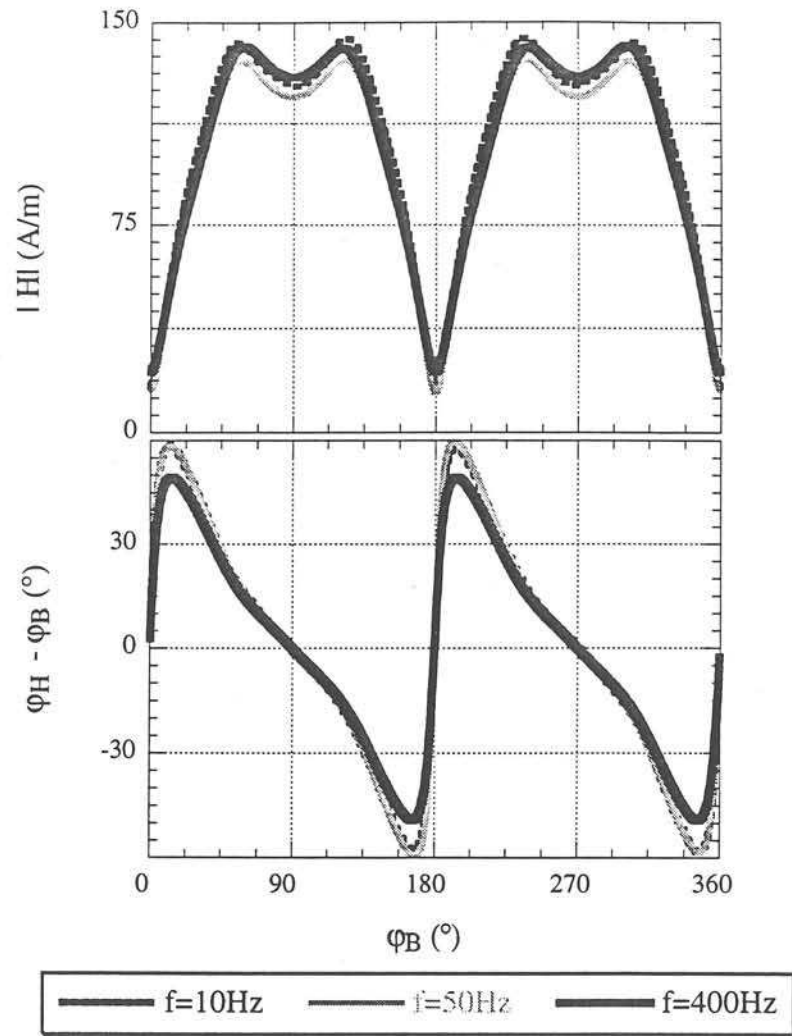
Des essais expérimentaux pour des fréquences variant de 10 à 400 Hz ont été réalisés sous une induction circulaire de 1T. La méthode proposée a été appliquée pour chaque fréquence afin d'obtenir la caractéristique réversible (figure III.5).



*Figure III.5 Caractéristique réversible obtenue à partir d'essais dynamiques, la fréquence allant de 10 à 400Hz, l'induction est circulaire  $B=1T$ , tôle FeSi GO*

Pour la plage de fréquence allant de 10 à 200Hz les caractéristiques réversibles obtenues sont quasiment identiques. A 400Hz la caractéristique obtenue diffère des précédentes et se distingue par un diagramme polaire plus large.

L'analyse des variations du module de  $\mathbf{H}$  et du déphasage entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  en fonction de l'angle de rotation de  $\mathbf{B}$  affine les constatations observées pour les cycles polaires  $H_y(H_x)$  (figure III.6).

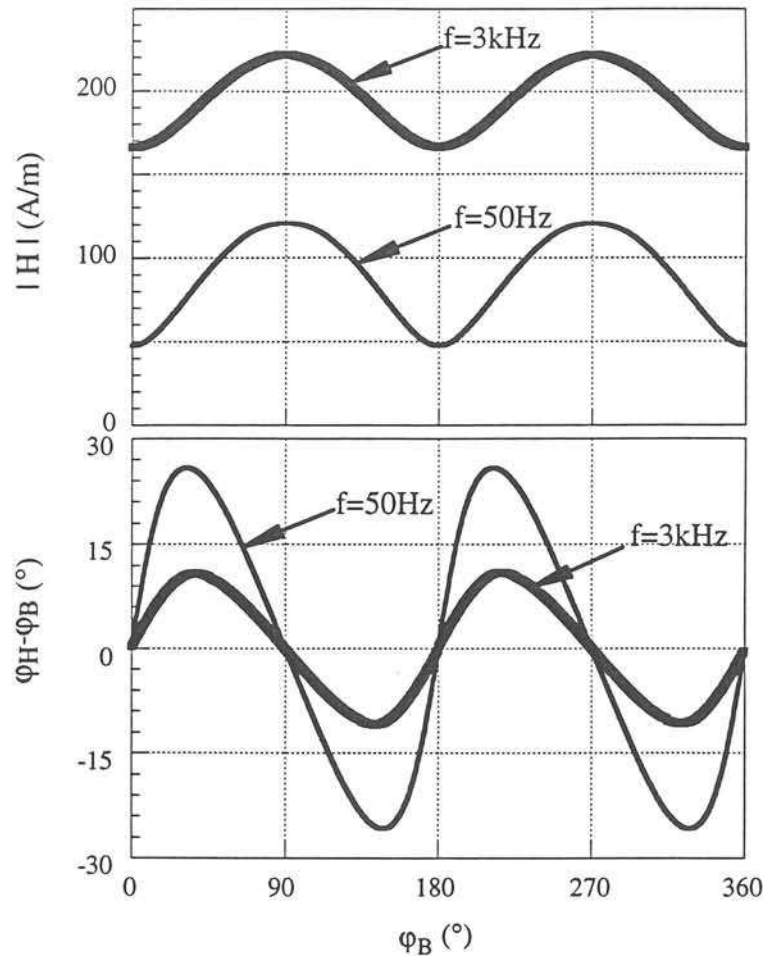


*Figure III.6 Amplitude du champ réversible  $H$  et son déphasage avec  $B$  en fonction de l'angle de rotation de  $B$  obtenus à partir des mesures dynamiques pour des fréquences variant de 10 à 400Hz, l'induction est circulaire  $B=IT$*

Les courbes obtenues à 10, 50, 100 et 200 Hz se superposent presque, tandis que l'on observe des écarts significatifs pour le module de  $H$  à 400Hz notamment suivant les directions  $0^\circ$ ,  $55^\circ$  et  $90^\circ$ . Le déphasage réversible est aussi affecté. On observe aussi une atténuation de la valeur maximale de la phase au voisinage de  $15^\circ$ .

Les écarts observés pour les courbes déduites de l'essai à 400Hz peuvent s'expliquer par le fait que la méthode proposée est affectée par le développement des courants induits dans la section de l'échantillon. Mais l'existence de tels courants induits dépend de la fréquence et affecte en conséquence les caractéristiques réversibles obtenues à différentes fréquences. En fait, on peut comprendre ce qui se passe en reprenant l'approche analytique simple développée au chapitre II, qui consiste à résoudre l'équation de diffusion magnétique en supposant les milieux linéaires anisotropes ( $\mu_x/\mu_y=2,5$ ) et les axes découplés. Une fois cette résolution effectuée on peut calculer

la réponse réversible obtenue, en appliquant les formules III.9 et III.10. Les résultats sont portés sur la figure III.7 et ceci pour deux fréquences distinctes  $f=50\text{Hz}$  et  $3\text{kHz}$ .



**Figure III.7** Déphasage et module du champ réversible en fonction de l'angle de rotation de  $B$ , obtenus à partir d'une résolution analytique de l'équation de la diffusion pour deux fréquences 50Hz et 3kHz, l'induction est circulaire  $B=1T$

On remarque plus particulièrement deux points :

- le moyennage élimine le déphasage moyen  $\phi_H - \phi_B$  dû aux courants induits.
- l'amplitude des variations du module du champ et de son déphasage est réduite quand la fréquence augmente.

A travers les résultats de ce modèle simplifié, on comprend mieux pourquoi les données expérimentales se superposent à basse fréquence. Le calcul de  $\mathbf{H}_{\text{rev}}(\mathbf{B}_{\text{rev}})$  élimine l'hystérésis ainsi que les effets des courants induits et on obtient la "vraie" courbe réversible correspondant à une situation quasi statique. Cependant à plus haute fréquence l'élimination n'est que partielle.

Un deuxième modèle simple utilisant les données expérimentales va nous permettre de reconstruire la courbe à 400 Hz à partir de la loi réversible "vraie".

Comme la fréquence de 400 Hz n'est plus adaptée à l'épaisseur de l'échantillon et que les mesures de **B** et de **H** ne sont plus l'image des grandeurs locales, nous discrétisons la section de la tôle en plusieurs "sous couches". Chacune d'elles est caractérisée par la même courbe réversible et c'est seulement l'amplitude de **H** et son déphasage avec **B** (figure III.8) qui les différencient.

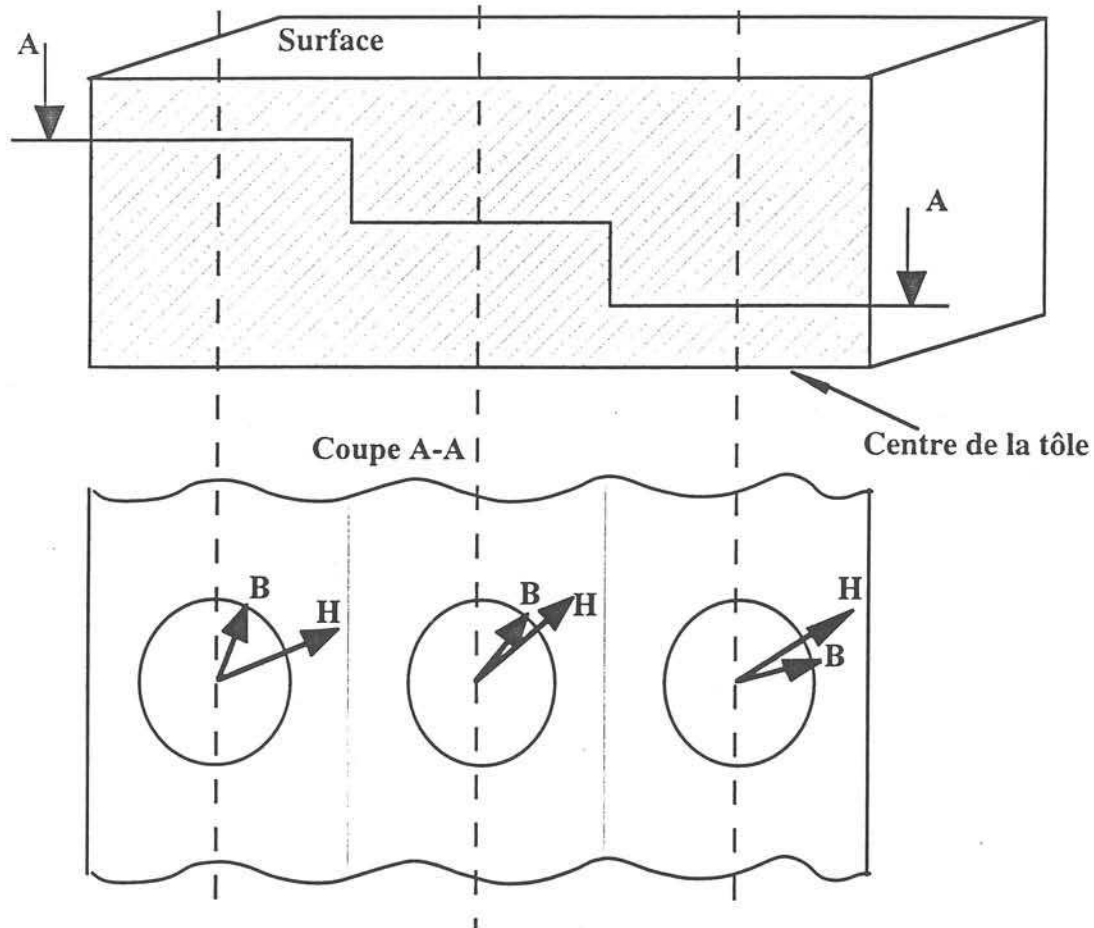


Figure III.8 Discretisation de la section droite de la tôle

Cette approche consiste à exprimer analytiquement le comportement réversible obtenu lorsque l'effet de peau est non négligeable à partir de la caractéristique réversible déterminée quand l'effet de peau est négligeable. En d'autres termes, un point du déphasage réversible entre **B** et **H** ou du module de **H** à 400Hz est considéré comme étant une combinaison linéaire de plusieurs points équidistants (3 ou 4 points) de ceux obtenus à 10Hz. Nous aboutissons à la formule suivante :

$$\beta_{400\text{Hz}}(\theta) = \frac{\alpha\beta_{10\text{Hz}}(\theta - \varphi) + \beta_{10\text{Hz}}(\theta) + \alpha\beta_{10\text{Hz}}(\theta + \varphi)}{1 + 2\alpha} \quad (\text{III.11})$$

$$|\mathbf{H}_{\text{rev}}|_{400\text{Hz}}(\theta) = \frac{\alpha|\mathbf{H}_{\text{rev}}|_{10\text{Hz}}(\theta - \varphi) + |\mathbf{H}_{\text{rev}}|_{10\text{Hz}}(\theta) + \alpha|\mathbf{H}_{\text{rev}}|_{10\text{Hz}}(\theta + \varphi)}{1 + 2\alpha} \quad (\text{III.12})$$



$|H_{rev}|_{10Hz}(\theta)$  : module du champ réversible en fonction de  $\theta$  obtenu à 10Hz

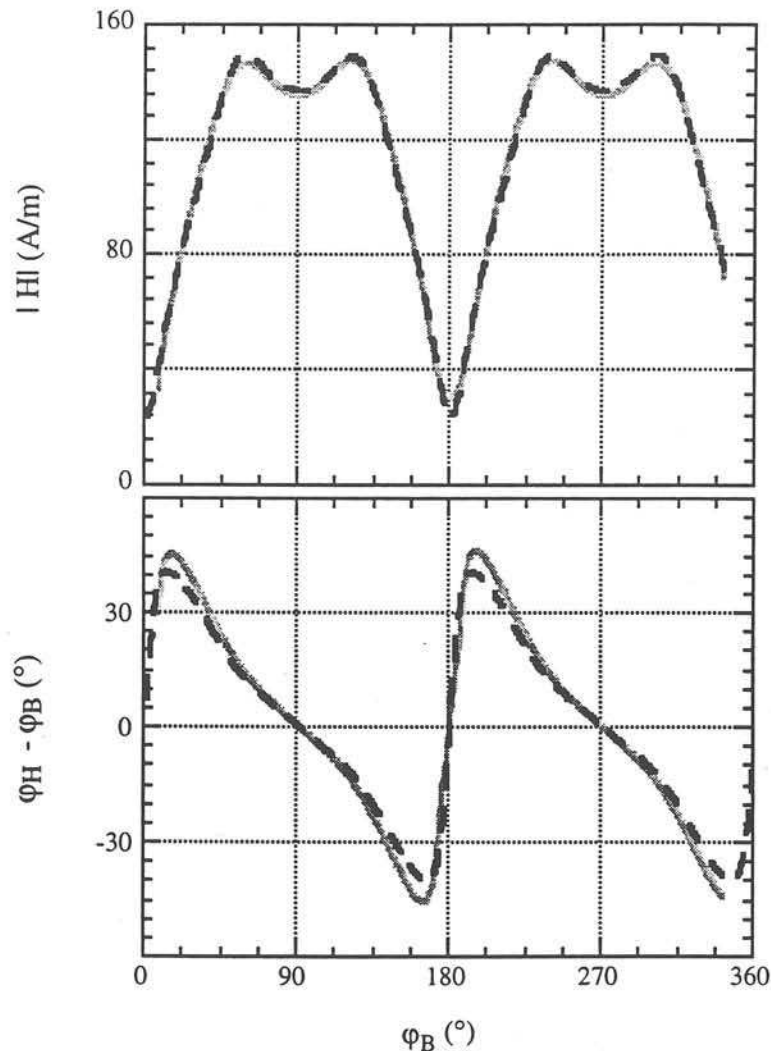
$\beta_{10Hz}(\theta)$  : déphasage réversible en fonction de  $\theta$  obtenu à 10Hz

$\theta = \varphi_B$  : Position angulaire du vecteur **B**

$\varphi$  : est un angle constant.

$\alpha$  : paramètre

Le comportement réversible obtenu lorsque la fréquence est égale à 400Hz en fonction de la position angulaire du vecteur **B** a été comparé avec celui fourni par les relations III.11 et 12 (figure III.9). Nous avons pris un nombre de points égal à 3 comme hypothèse simplificatrice. Les points sont équidistants d'un angle  $\varphi$  de  $7^\circ$ . La valeur de  $\alpha$  la plus adéquate est 2.



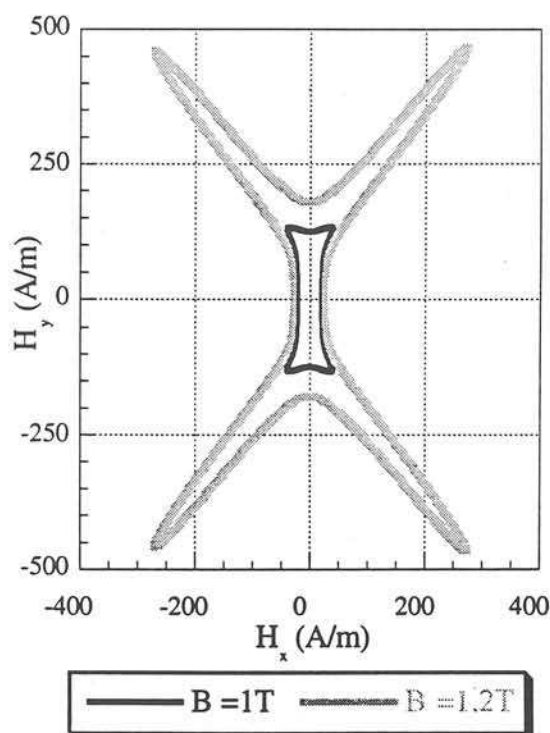
**Figure III.9** Déphasage et module du champ réversible en fonction de l'angle de rotation de **B**.

Comparaison entre les caractéristiques réversibles mesurées (continue) et celles fournies par le modèle (tiret), fréquence 400Hz, l'induction est circulaire  $B=1T$ ,  $\varphi = 7^\circ$  et  $\alpha = 2$

Les résultats de la comparaison (figure III.9) montrent que l'approche exprimée par les équations III.11 et III.12 est correcte. Les deux tracés sont sensiblement identiques. L'atténuation de la valeur crête du déphasage et l'augmentation de l'amplitude du  $|\mathbf{H}|$  réversible à 400Hz sont alors suffisamment corrigées.

### III.4 ANALYSE DU COMPORTEMENT RÉVERSIBLE

La figure III.10 traduit le caractère non linéaire et anisotrope de la tôle GO. Les diagrammes polaires obtenus pour chacun des deux niveaux d'induction 1 et 1.2T se distinguent en effet par des variations importantes du module du champ lorsque l'induction prend différentes orientations dans le plan de la tôle. On obtient en outre des comportements différents suivant les amplitudes de l'induction.



*Figure III.10* Caractéristique réversible obtenue pour deux amplitudes d'induction  $B=1\text{T}$  et  $1.2\text{T}$ , tôle FeSi GO

#### III.4.1 Comportement réversible à basse induction ( $<1\text{T}$ )

Le comportement réversible à basse induction ( $B=0,5\text{ T}$ ) est montré sur la figure III.11. Il peut être représenté par un modèle à deux axes [HUT-68] où l'on considère que les directions laminage et transverse sont magnétiquement indépendantes (il n'y a pas d'interaction entre les deux axes).

On a alors :

$$B_x = \mu_x(H_x) \cdot H_x$$

et

$$B_y = \mu_y(H_y) \cdot H_y$$

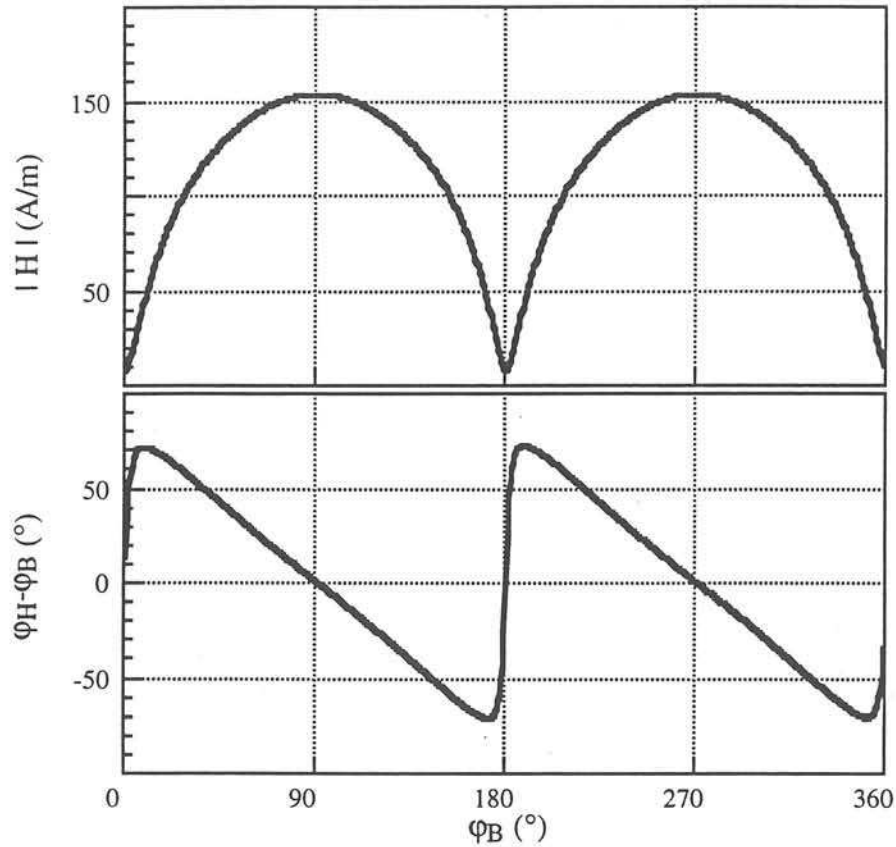


Figure III.11 Comportement réversible à  $B=0,5T$ , déterminé à partir des mesures dynamiques à 50Hz.

Pour de faibles niveaux de champ on peut négliger les variations de la perméabilité en fonction du champ magnétique, on a alors :

$$\mu_x(H_x) = \text{cste} = \mu_x$$

et

$$\mu_y(H_y) = \text{cste} = \mu_y$$

Quand l'induction tourne dans le plan de la tôle avec un module constant l'extrémité du vecteur  $\mathbf{H}$  parcourt une ellipse [DIN-83][SHE-87][DED-90] centrée suivant les axes X et Y ou basculée respectivement pour les cas réversible et dynamique :

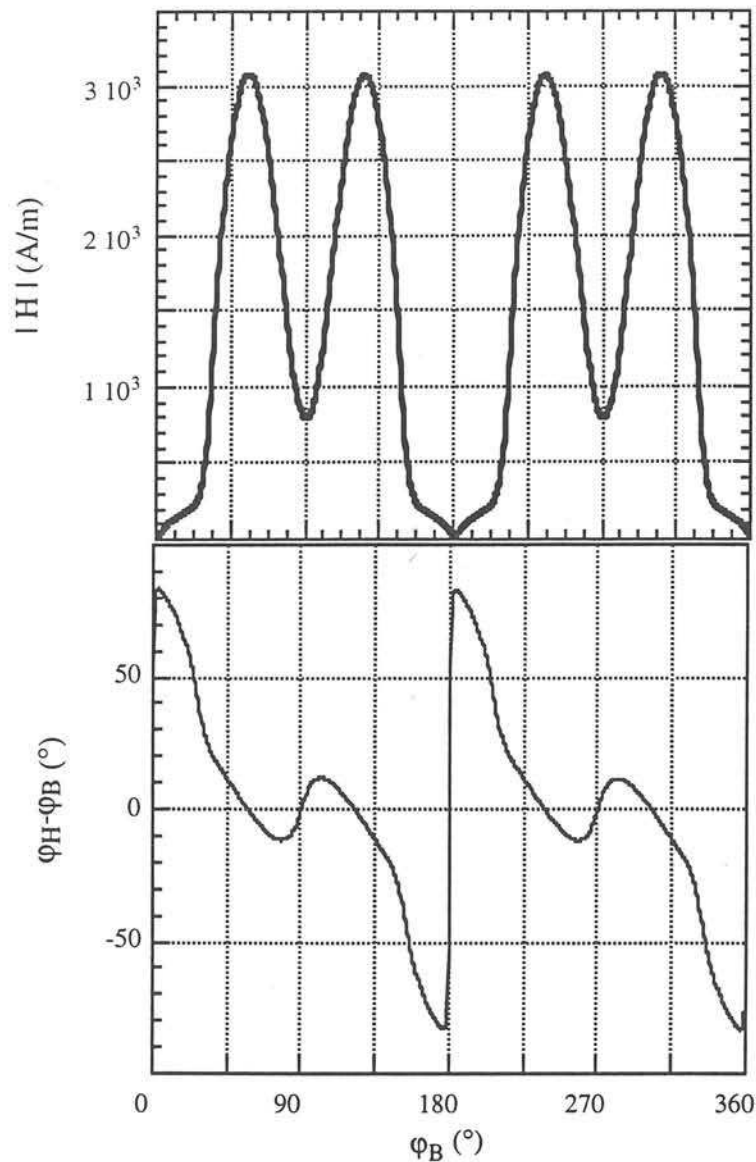
$$\frac{H_x^2}{\frac{1}{\mu_x^2}} + \frac{H_y^2}{\frac{1}{\mu_y^2}} = \text{constante}$$

Cette caractéristique montre que le maximum du déphasage dépend du rapport des perméabilités entre les axes X et Y. On obtient deux directions caractéristiques et deux seulement pour lesquelles **B** et **H** sont alignés [NAK-75]. Elles correspondent à la direction de laminage (axe facile) et à la direction transverse (axe difficile).

Le niveau d'induction de 1T est particulièrement complexe car c'est une étape de transition entre le comportement où les deux axes de la tôle sont découplés et celui où ils sont fortement couplés.

### III.4.2 Comportement réversible à 1.2T

A ce niveau d'induction, les effets de texture deviennent prépondérants [PFÜ-92]. Expérimentalement, on ne peut pas maintenir une induction circulaire supérieure à 1,2T dans une tôle GO. En effet l'excitation maximale requise au voisinage de 55° augmente considérablement. Elle sature les amplificateurs de puissance et favorise les flux de fuite (figure III.12). C'est pour cela que les résultats affichés sont relatifs aux essais réalisés avec le cadre RSST 300 qui est plus performant et mieux construit que le RSST 80.



*Figure III.12 Déphasage réversible entre  $B$  et  $H$  et module de  $H$  en fonction de l'angle de rotation de  $B$  obtenu à partir des mesures dynamiques à 50Hz avec le cadre RSST 300, l'induction est circulaire  $B=1.2T$*

Dans les directions angulaire  $0^\circ$ ,  $55^\circ$  et  $90^\circ$  qui constituent les axes caractéristiques de la texture GOSS [PER-94][FAS-63](figure III.13), le champ et l'induction restent en phase. L'amplitude du champ est minimale dans la direction long (direction facile d'aimantation), maximale dans la direction  $55^\circ$  (direction très difficile). Les rapports  $|H_{55}|/|H_L|$  et  $|H_T|/|H_L|$  étant de 130 et de 10. Dès qu'on cherche à faire décoller l'induction de la direction de laminage, il est nécessaire de fournir une énergie importante, le module du champ  $H$  va augmenter mais c'est surtout sur le déphasage que la réaction est la plus forte. Il passe instantanément de 0 à environ  $80^\circ$  dès que  $B$  quitte la direction de laminage (rotation de  $B$  de  $5^\circ$ ). Le phénomène est également observé pour la direction

transverse mais de manière beaucoup plus atténuée car c'est une direction d'aimantation moins facile. Le déphasage maximal associé est d'environ  $15^\circ$ .

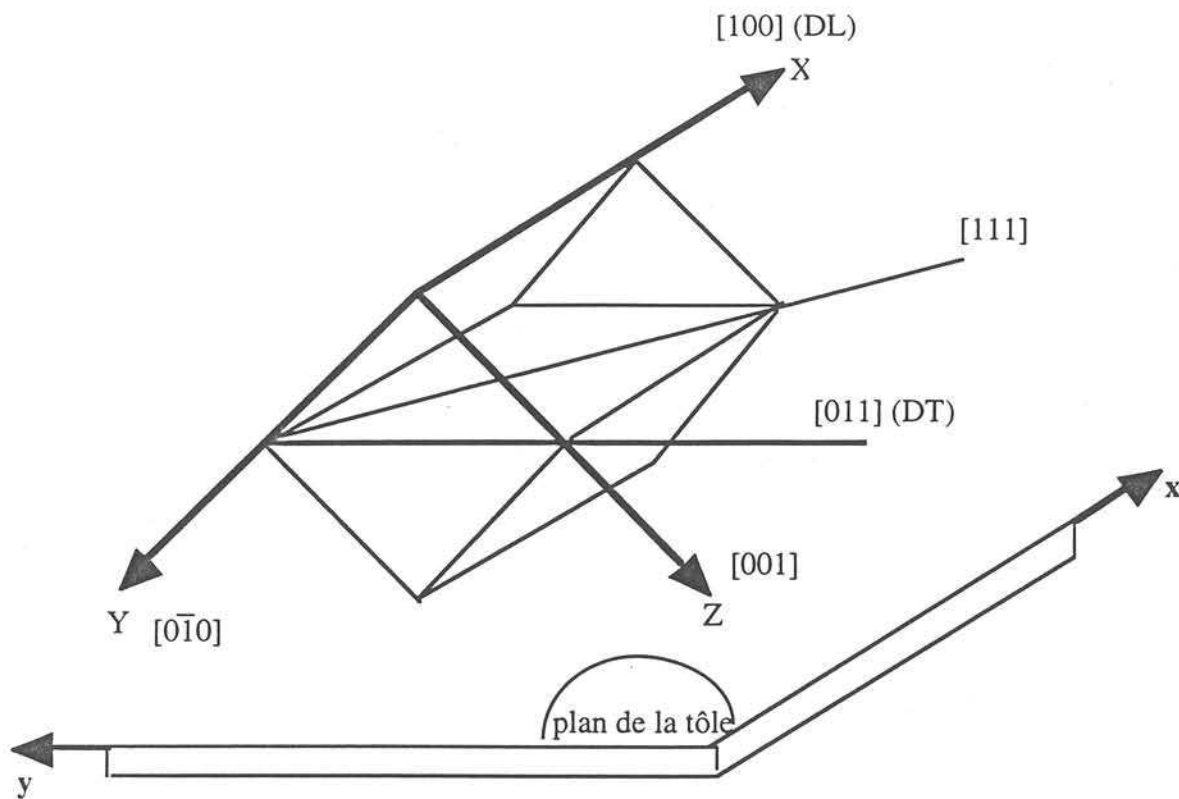


Figure III.13 Schéma de la texture Goss

### III.5 CONCLUSION

Nous avons décrit une méthode simple qui permet d'obtenir la caractéristique réversible à partir des mesures dynamiques. Cette méthode, appliquée à un échantillon à grains orientés, montre que la caractéristique obtenue ne dépend de la fréquence qu'au delà de 200 Hz. A ces fréquences, l'homogénéité de l'induction dans l'épaisseur de la tôle moyenne les grandeurs observées. Deux approches ont été proposées pour rendre compte de ce phénomène.

Maintenant il est possible d'apprécier qualitativement et quantitativement le comportement réversible à travers la relation  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ . Cette dernière est le reflet des phénomènes d'aimantation microscopiques.

Les caractéristiques mesurées pour différentes amplitudes de  $\mathbf{B}$  circulaire ont mis en évidence deux aspects importants :

1- A basse induction ( $<1\text{T}$ ), les deux axes laminage et transverse sont découplés. Le modèle simple des deux axes permet de décrire les propriétés observées.

2 - A plus haute induction ( $B > 1$  T), les énergies d'excitation nécessaires sont plus importantes. Le modèle des deux axes n'est plus satisfaisant. L'anisotropie apparaît clairement, dans toutes les propriétés observées. On sait bien qu'alors, la structure s'organise en domaines magnétiques et en conséquence une approche macroscopique homogène trop simpliste comme celle de la théorie des deux axes n'est plus applicable. Il faut donc examiner plus en détail cette structure magnétique pour pouvoir espérer expliquer les lois observées.

Au chapitre suivant nous décrirons la structure en domaines dans le cas d'une aimantation tournante. Cette étude tracera la voie pour aboutir à un modèle de comportement réversible permettant d'expliquer les propriétés magnétiques observées.





## **CHAPITRE IV**

### **MODELISATION DES LOIS DU COMPORTEMENT RÉVERSIBLE**



## CHAPITRE IV

# MODELISATION DES LOIS DU COMPORTEMENT RÉVERSIBLE

### IV.1 INTRODUCTION

Les observations expérimentales montrent que le comportement du vecteur champ  $\mathbf{H}$  en fonction du vecteur  $\mathbf{B}$ , que ce soit en régime réversible ou dynamique est l'image de l'anisotropie magnétocristalline de la texture Goss du FeSi à grains orienté. Ceci est vrai même à basse induction (1T) où théoriquement les processus de rotation des moments magnétiques n'interviennent pas. Ces moments restent figés sur les directions de facile aimantation et seules les mouvements de parois contribuent à faire varier l'aimantation. D'où la difficulté de modéliser un tel comportement.

Dans ce chapitre, nous tentons deux approches pour modéliser le comportement réversible macroscopique de la tôle FeSi GO. La première est basée sur des considérations énergétiques mais suppose l'aimantation homogène et fait abstraction de la structure magnétique en domaines.

Dans la deuxième, au contraire, nous avons essayé d'introduire cette structure et d'étudier son évolution en fonction de  $\mathbf{B}$ . Cependant, comme nous le verrons par la suite, une telle approche devient rapidement complexe car il est difficile, voire même impossible, de connaître précisément la structure magnétique d'un polycristal.

## IV.2 MODÈLE D'AIMANTATION HOMOGÈNE

Compte tenu de la forte composante de l'anisotropie magnétocristalline, une première modélisation possible consiste à supposer le matériau homogène avec une aimantation qui est égale à l'aimantation résultante mesurée  $\mathbf{J}$  et qui tourne dans le plan de la tôle. De surcroît, ce matériau possède une énergie magnétocristalline de même forme que celle de la texture Goss caractérisée par une constante d'anisotropie  $K_a$ . Cette constante peut être déterminée expérimentalement en considérant que l'énergie totale du système  $E_T$  s'exprime comme étant la somme de deux termes principaux : l'énergie d'anisotropie et l'énergie magnétique d'interaction entre l'aimantation et le champ extérieur.

$$E_{an} = E_T + H.B.\cos(\varphi_H - \varphi_B) \quad (IV.1)$$

(on a confondu  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{B}$  compte tenu des faibles valeurs de  $\mathbf{H}$ )

### IV.2.1 Énergie d'anisotropie d'un monocristal Goss

Dans le cas du FeSi (cristal cubique) l'énergie d'anisotropie par unité de volume s'écrit sous la forme [BRI-97]:

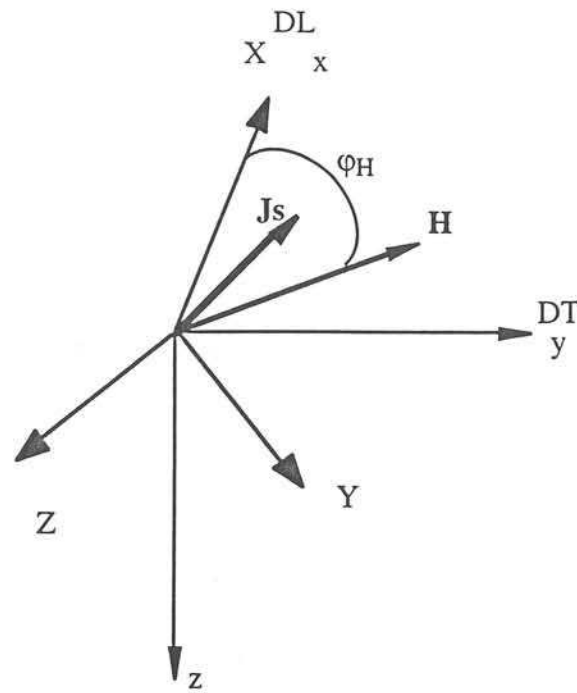
$$E_{an} = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) \quad (IV.2)$$

$\alpha_1, \alpha_2$  et  $\alpha_3$  désignent les cosinus directeurs de l'aimantation  $\mathbf{J}_S$  par rapport aux axes quaternaires.

$K_1$  : est la constante d'anisotropie

Cette expression prend, dans le cas de la texture Goss (figure IV.1) la forme bien connue :

$$E_{an} = K_1.\sin^2(\varphi_B).(1 - \frac{3}{4}.\sin^2(\varphi_B)) \quad (IV.3)$$

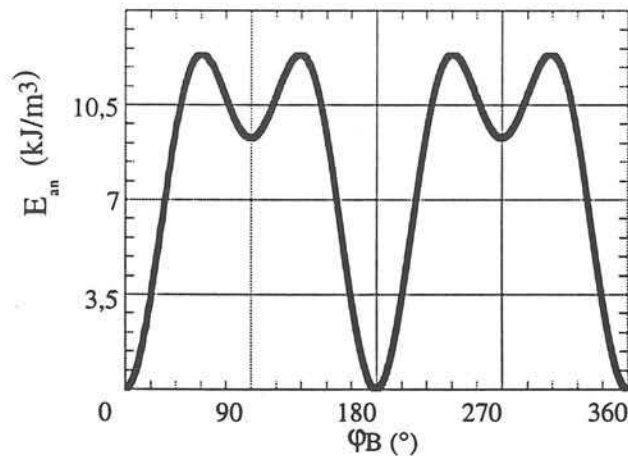


$x, y, z$  : axes de la tôle

$X, Y, Z$  : axes quaternaires du cristal

**Figure IV.1** Position de l'aimantation et du champ relative aux axes quaternaires du cristal et au repère de la tôle

Dans la figure IV.2 nous avons porté l'évolution de  $E_{an}$  avec  $\varphi_B$ .



**Figure IV.2** Évolution angulaire de l'énergie magnétocristalline

On y distingue trois états caractéristiques :  $\varphi_B = 0^\circ, 55^\circ$  et  $90^\circ$  correspondant respectivement à une valeur d'énergie d'anisotropie nulle (DL : axe de facile d'aimantation), maximale =  $K_1/3$  et minimale relative  $K_1/4$ . Pour aligner le moment magnétique sur l'axe  $55^\circ$ , il est nécessaire de fournir une énergie gigantesque ( $K_1 = 35000 \text{ J/m}^3$ ).

### IV.2.2 Énergie d'anisotropie apparente issue de l'expérience

On peut calculer le terme d'énergie  $E_{an}$  en utilisant les données expérimentales et la relation IV.1. Pour ce faire, il faut disposer également de l'expression de l'énergie totale du système.  $E_T$  est l'énergie développée pour faire tourner l'induction dans le plan de la tôle. Elle est donnée par la formule suivante :

$$E_T = \int H.B.\sin(\varphi_H - \varphi_B).d\varphi_B \quad (IV.4)$$

La figure IV.3 donne le résultat d'un tel calcul dans le cas d'une induction circulaire de 1 et 1,2T.

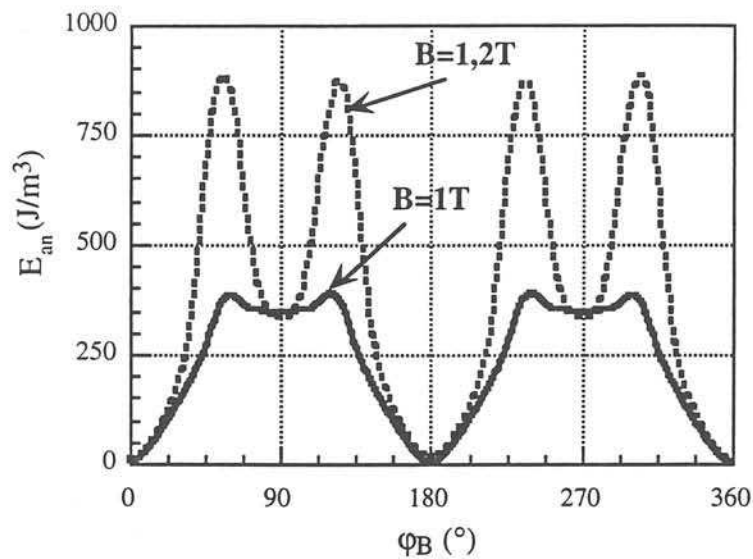
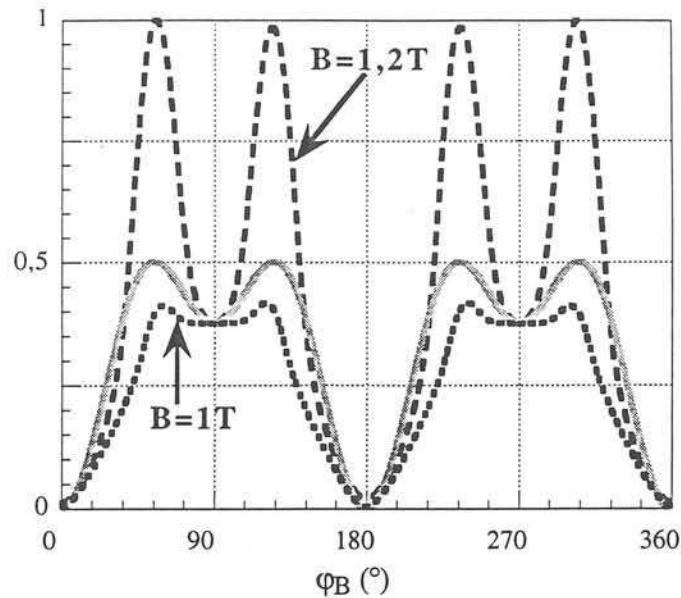


Figure IV.3 Comportement de l'énergie d'anisotropie restitué par IV.1 et IV.4 et ceci pour deux niveaux d'induction circulaire

La forme de l'énergie d'anisotropie obtenue expérimentalement ressemble à celle calculée précédemment par le modèle de rotation uniforme. Pour les deux niveaux d'induction les extrema sont obtenus pour les mêmes valeurs de  $\varphi_B$  (0°, 55° et 90°), angles caractéristiques de la texture Goss. Les niveaux d'énergie par contre dépendent de  $B$  et sont nettement inférieurs.

Une comparaison un peu plus fine peut être faite en analysant les grandeurs réduites (figure IV.4).

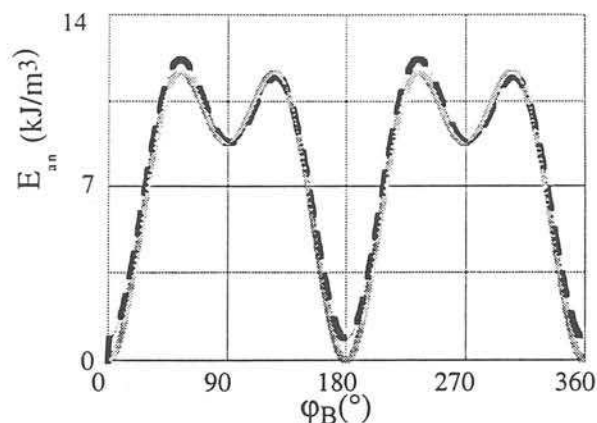


*Figure IV.4 Comparaison entre l'énergie d'anisotropie expérimentale pour deux niveaux d'induction (discontinue) et celle calculée à partir de IV.3 (continue)*

Au voisinage de  $\varphi_B = 0^\circ$  et  $90^\circ$ , les valeurs obtenues sont très proches par contre nous observons un écart important pour  $\varphi_B = 55^\circ$  surtout à 1,2T.

#### IV.2.3 Influence de la désorientation de la texture

Le calcul théorique de l'anisotropie a été effectué dans le cas d'un monocrital parfait. Les tôles FeSi GO industrielles étudiées sont des polycristaux qui présentent une désorientation des grains variant entre  $3^\circ$  et  $8^\circ$  par rapport à la direction de laminage. Nous avons essayé de quantifier l'effet de cette désorientation sur l'énergie d'anisotropie pour voir si elle peut expliquer les écarts observés. Plusieurs types de distributions possibles ont été testés : distribution homogènes ou gaussienne, désorientation par rapport à un ou plusieurs axes de la tôle, distribution centrée ou décalée sur l'axe. La courbe de la figure IV.5 donne un exemple de résultat.

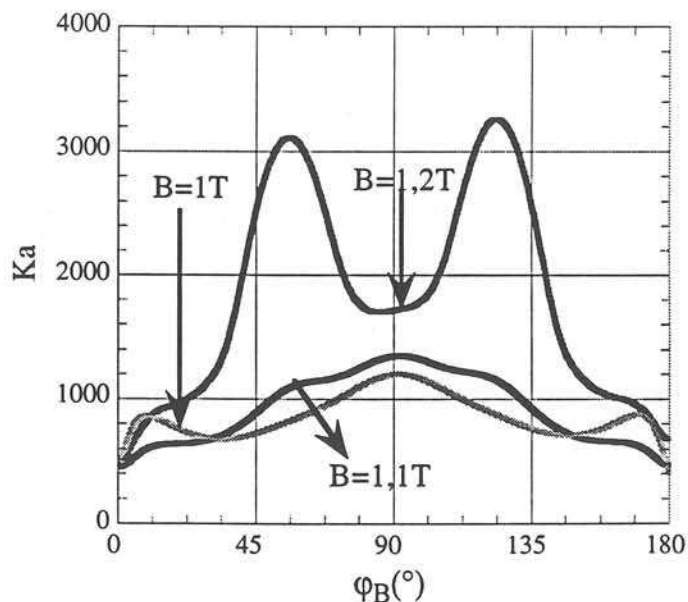


*Figure IV.5 Influence de la désorientation des grains sur la forme d'énergie d'anisotropie ; (continue) cristal parfait, (discontinue) avec une désorientation située entre  $(-8^\circ, +8^\circ)$  dans le plan XY et entre  $(0^\circ, -8^\circ)$  pour les plans ZY et ZX*

La désorientation ne modifie que peu la forme de l'énergie d'anisotropie et ne peut expliquer complètement les écarts observés.

### IV.2.3 Application du modèle

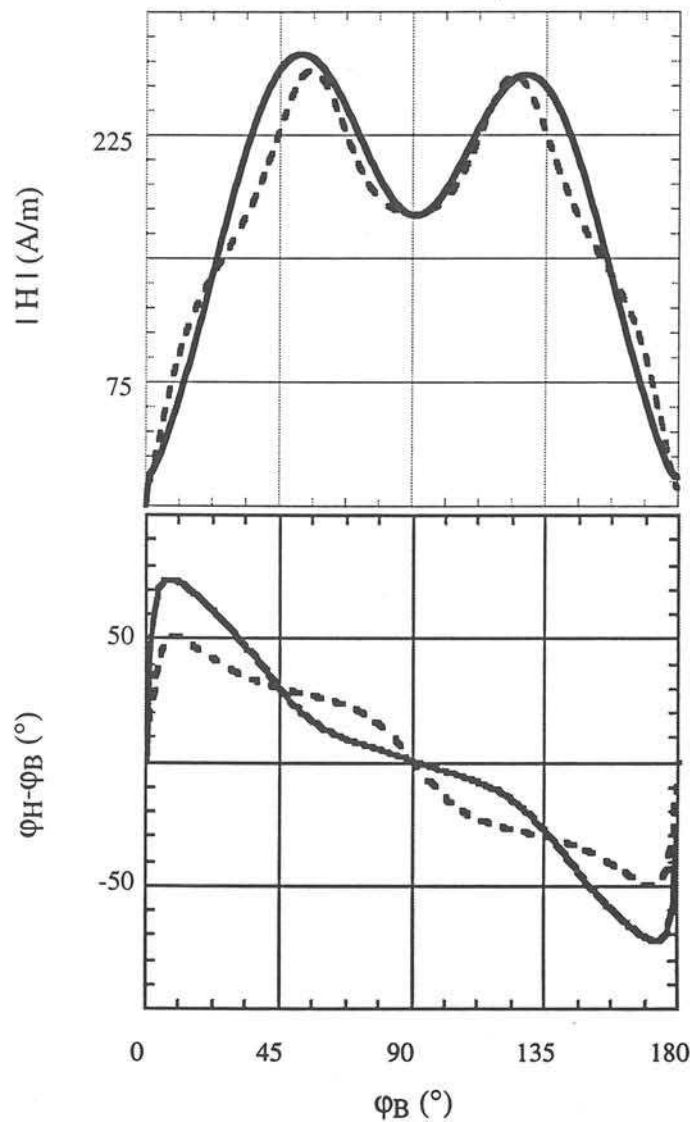
En utilisant les résultats précédents, nous avons déterminé la constante d'anisotropie apparente (figure IV.6).



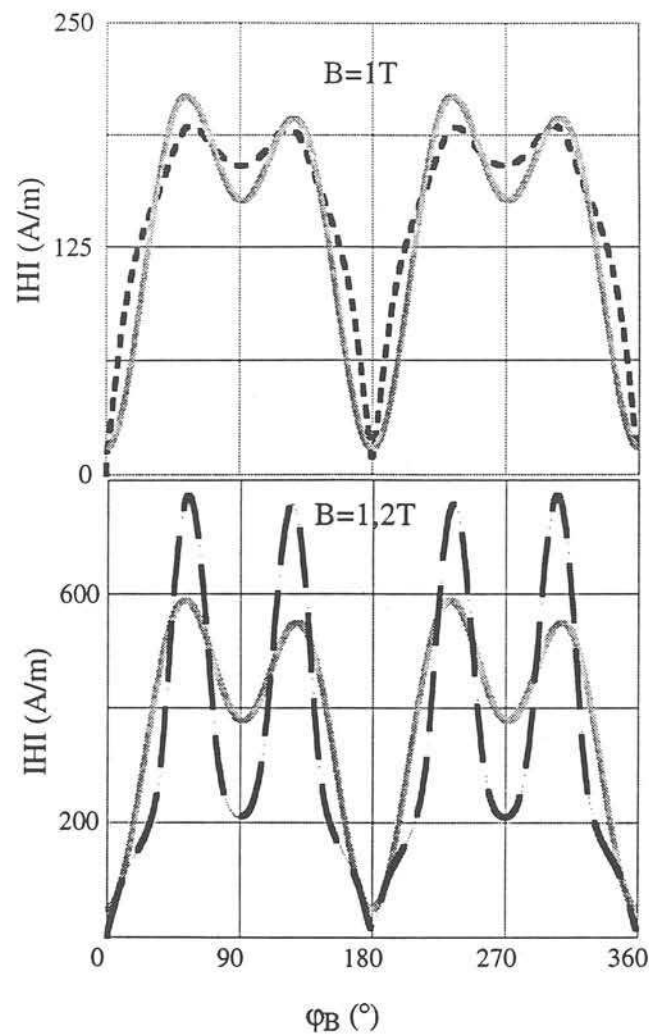
*Figure IV.6 Comportement de la constante  $K_a$  obtenue à partir IV.1, IV.3 et IV.4 l'induction est circulaire, tôle FeSi GO.*



$K_a$  dépend des niveaux d'induction et fluctue avec  $\varphi_B$  à l'image des écarts obtenus entre le calcul théorique et la détermination expérimentale de  $E_{an}$ . Pour appliquer le modèle au calcul du champ, nous avons supposé  $K_a$  constant et nous avons considéré pour chaque niveau d'induction la valeur moyenne donnée par la courbe  $K_a(\varphi_B)$  :  $K_a = 900, 1000$  et  $2400$  respectivement pour  $1, 1,1T$  et  $1,2 T$ . Ces valeurs ont été réinjectées dans le modèle pour calculer le module de  $\mathbf{H}$  et la phase entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$ . Les résultats obtenus sont confrontés aux mesures expérimentales ( figure IV.7 et IV.8).



**Figure IV.7** Comportement du module de  $\mathbf{H}$  et de la phase entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  et comparaison entre le modèle (continue) et l'expérience (discontinu) pour  $B=1,1T$ .



*Figure IV.8 Comportement du module de  $\mathbf{H}$  et comparaison entre le modèle (continue) et l'expérience (discontinu) pour  $B=1\text{T}$  et  $1,2\text{T}$ , L'anisotropie est obtenue par IV.2 et IV.6 avec une désorientation de  $8^\circ$*

L'accord reste trop qualitatif pour être tout à fait satisfaisant. Le modèle de rotation appliqué dans ce domaine de champ ne donne pas les résultats escomptés même après avoir essayé de l'adapter aux résultats expérimentaux sur les tôles industrielles (introduction d'une constante d'anisotropie apparente, prise en compte de la désorientation de la texture).

### IV.3 INTRODUCTION DE LA STRUCTURE EN DOMAINES

Le précédent sous-chapitre supposait homogène et uniforme l'aimantation de la tôle. Or on sait bien qu'il n'en est rien et qu'une division en domaines magnétiques survient [NEE-44][BOZ-32][HEI-31]. Cette division diminue considérablement l'énergie magnétique et donc l'énergie totale. Elle représente donc une solution plus favorable adaptée à la tôle. Chacun des domaines est le siège d'une aimantation uniforme dont l'orientation résulte de la minimisation de l'énergie totale. Les domaines sont séparés par des parois de Bloch. Dans le cas des aciers FeSi à grains orientés deux types de parois peuvent coexister : les parois dites à  $180^\circ$  séparant deux domaines dont les aimantations respectives sont opposées et les parois dites à  $90^\circ$  séparant deux domaines dont les aimantations respectives font un angle de  $90^\circ$  entre elles.

L'application d'un champ magnétique  $\mathbf{H}$  ajoute un terme  $\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{H}$  dans l'énergie magnétique. Ce terme aboutit, pour des fortes valeurs de  $\mathbf{H}$  à aligner par rotation l'aimantation  $\mathbf{J}_s$  dans la direction de  $\mathbf{H}$ . Quand  $\mathbf{H}$  n'est pas suivant une direction de facile aimantation, l'énergie d'anisotropie s'oppose à la rotation et l'aimantation prend une direction comprise entre celle du champ et la direction de facile aimantation la plus proche (angulairement) du champ.

Lorsque  $H$  vaut 100 à 1000 A/m, le terme  $-\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{H}$  vaut de 0,2 à 2 kJ/m<sup>3</sup>. Comparé à la valeur caractéristique de l'énergie d'anisotropie ( $K = 35 \text{ kJ/m}^3$ ), on peut dans une première approximation considérer que l'application du champ magnétique ne modifie pas l'orientation de l'aimantation qui reste bloquée selon l'un des 3 axes quaternaires  $\langle 100 \rangle$ . Dans ces conditions, on peut calculer les proportions respectives de chacune des phases (familles de domaines de même orientation). Soient  $X, X', Y, Y', Z$  et  $Z'$  les fractions volumiques respectives des phases [BOZ-51]  $[001], [00\bar{1}], [010], [0\bar{1}0], [100]$  et  $[\bar{1}00]$  avec :

$$X + X' + Y + Y' + Z + Z' = 1 \quad (\text{IV.5})$$

(On se place dans l'hypothèse simple d'une tôle monocristalline d'orientation Goss (110)  $[001]$ ) alors :

$$J_x = (X - X') \cdot J_s \quad (\text{IV.6})$$

$$J_y = \left[ (Y - Y') \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + (Z - Z') \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \cdot J_s \quad (\text{IV.7})$$

$$J_z = \left[ (Y - Y') \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - (Z - Z') \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \cdot J_s \quad (\text{IV.8})$$

Mais nous examinons des situations pour lesquelles l'aimantation est dans le plan de la tôle, donc  $J_z = 0$ , soit  $Y - Y' = Z - Z'$

De plus il est clair qu'une minimisation des pôles magnétiques en tous points de la surface de la tôle impose  $Y=Z$  et bien sûr  $Y'=Z'$ .

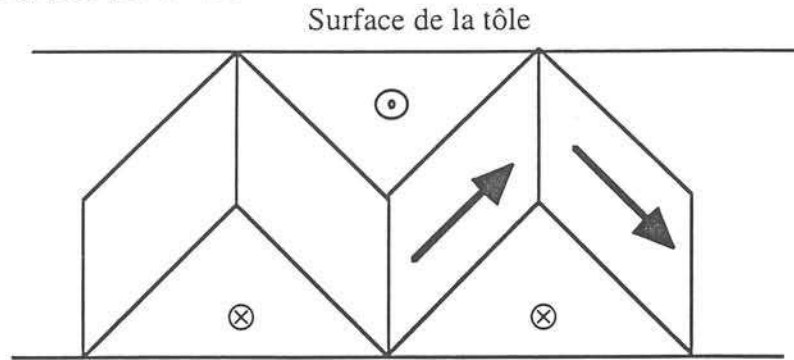


Figure IV.9 Exemple schématique de la structure en domaines

En d'autres termes, l'anisotropie de forme et la minimisation de l'énergie magnétostatique couplent fortement deux à deux les phases dont les orientations ne sont pas dans le plan de la tôle.

Lorsque l'aimantation tourne dans le plan avec un module constant, les fractions volumiques évoluent. Il est intéressant de noter que l'on ne peut pas déterminer de façon univoque ces fractions. Prenons par exemple le cas de l'aimantation 1T parallèle à la direction de laminage (on suppose que  $J_s=2T$ ). L'observation de la structure des domaines permet d'affirmer que :

$X=0,75$ ,  $X'=0,25$  et  $Y=Y'=0$ , c'est à dire qu'il n'y a aucun domaine dont la direction "plonge" dans la tôle.

Mais une solution avec  $X=0,6$ ,  $X'=0,1$ ,  $Y=0,15$  et  $Y'=0,15$  semble aussi possible.

De façon générale on a :

$$X - X' = f \cdot \cos \varphi_B \quad (IV.9)$$

$$Y - Y' = \frac{f \cdot \sin \varphi_B}{\sqrt{2}} \quad (IV.10)$$

$$(X + X') + 2 \cdot (Y + Y') = 1 \quad (IV.11)$$

$$\text{où } f = \frac{J}{J_s}$$

Il n'y a pas de solution unique à ce problème mais  $X$ ,  $X'$ ,  $Y$  et  $Y'$  doivent être positifs ou nuls on peut déterminer un espace de solutions possible. Par exemple pour  $0^\circ < \varphi_B < 90^\circ$ , on peut tracer (figure IV.10) l'espace des solutions possibles pour la grandeur  $\lambda = Y - Y'$  qui représente la moitié de la fraction de domaines dont les directions "plongent" dans la tôle.

$$Y \geq 0 \text{ impose } \lambda > \frac{f}{\sqrt{2} \cdot \sin \varphi_B} \quad (\text{IV.12})$$

$$X \geq 0 \text{ impose } \lambda < \frac{1 - f \cdot \cos \varphi_B}{2} \quad (\text{IV.13})$$

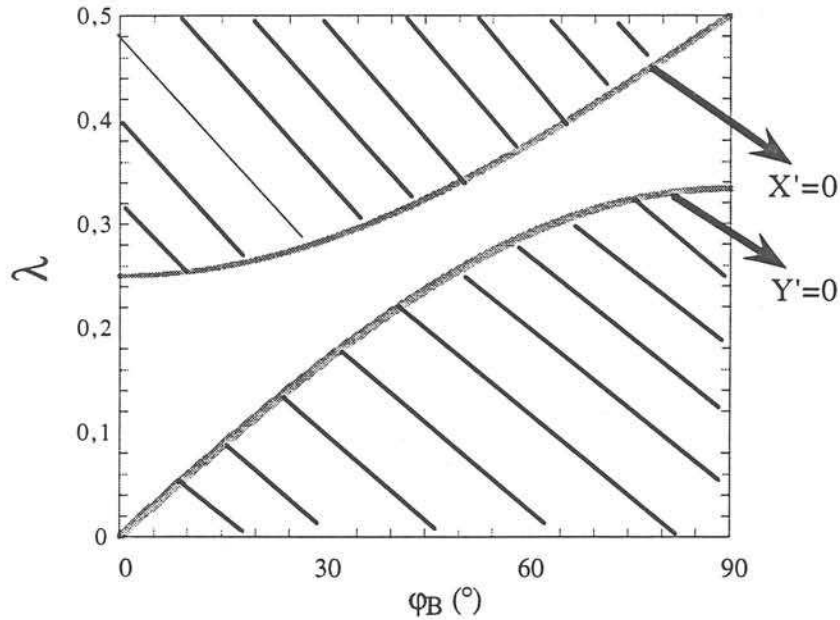


Figure IV.10 Solutions possibles pour la valeur de  $\lambda$  obtenu à partir de IV.10 et IV.11

La solution adoptée résultera d'une minimisation de l'énergie magnétique.

A l'inverse, on peut facilement calculer l'aimantation maximale admissible. Elle correspondra au cas où l'on n'a plus coexistence de domaines de directions opposées. Dans le premier quadrant ( $0^\circ < \varphi_B < 90^\circ$ ), on impose  $X'=0$  et  $Y'=0$

L'aimantation vaut :

$$\mathbf{J} = J_s \cdot (X \mathbf{u}_{DL} + Y \mathbf{u}_{DT})$$

$\mathbf{u}_{DL}$  : est le vecteur unitaire suivant la direction de laminage

$\mathbf{u}_{DT}$  : est le vecteur unitaire suivant la direction de transverse

et la condition de normalisation IV.11 devient :

$$X + 2 \cdot Y = 1 \quad (\text{IV.14})$$

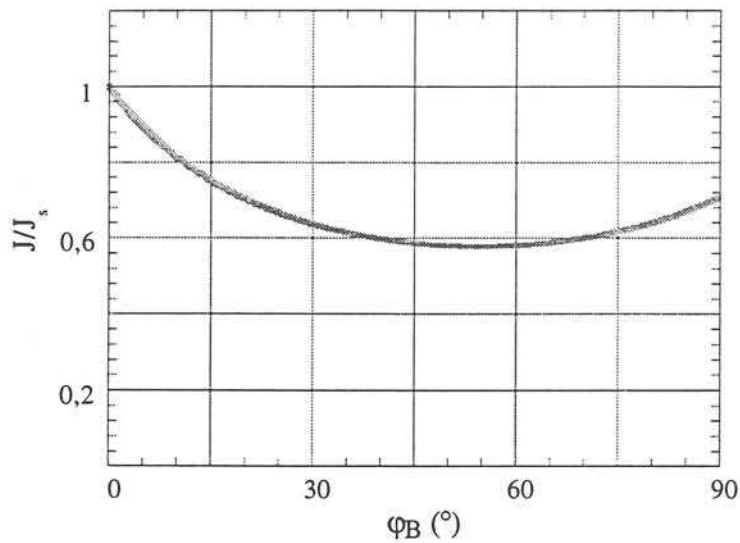
En introduisant l'aimantation réduite  $f$  :

$$X = f \cdot \cos\varphi_B \quad (\text{IV.15})$$

$$Y = \frac{f}{\sqrt{2}} \cdot \sin\varphi_B \quad (\text{IV.16})$$

d'où la variation de  $f$  en fonction de  $\varphi_B$  donnée dans la figure IV.11 qui s'exprime par :

$$f = \frac{1}{\cos\varphi_B + \sqrt{2} \cdot \sin\varphi_B} \quad (\text{IV.17})$$



**Figure IV.11** Évolution angulaire de la valeur maximale de l'aimantation d'un cristal Goss en l'absence de rotation des moments

La valeur minimale est obtenue pour  $f = 1/\sqrt{3}$  soit  $J = 1,19\text{T}$  et un angle  $\varphi_B = 55^\circ$ .

Ainsi, on constate qu'au delà de 1,19 T, il faut nécessairement prendre en compte les rotations de l'ensemble des moments magnétiques constituant les domaines. Au contraire si  $J < 1,19\text{T}$ , les moments magnétiques peuvent rester bloqués selon les directions de facile aimantation, minimisant ainsi l'énergie magnétocristalline dans le volume de la tôle. Ce résultat explique la grande difficulté à imposer expérimentalement une induction circulaire supérieure à 1,2T dans l'échantillon.

Dans l'hypothèse où les moments magnétiques restent bloqués dans la direction de facile aimantation, calculons l'énergie d'interaction avec le champ  $\mathbf{H}$  :

$$E_H = - \sum_{\text{sites}} \mathbf{H} \cdot \mathbf{J}_i \quad (\text{IV.18})$$

$$E_H = - H \cdot \sum_{\text{sites}} J_i \quad (\text{IV.19})$$

$$E_H = - H \cdot J \quad (\text{IV.20})$$

où  $J$  est l'aimantation moyenne.

On reconnaît ici l'expression de l'énergie d'interaction avec le champ  $H$  que nous avons introduite dans le premier paragraphe.

Dans cette partie nous avons supposé que chaque moment reste aligné selon les axes faciles ce qui impose une énergie d'anisotropie nulle. Ceci est contraire à l'évidence expérimentale, où manifestement, y compris pour les valeurs de  $J$  en-dessous du seuil critique de 1,19T, l'anisotropie gouverne les orientations respectives de l'aimantation et du champ. La question reste donc posée : "d'où provient cette composante d'énergie ?".

#### IV.4 PRISE EN COMPTE DE L'ÉNERGIE DE PAROIS

Le découpage en domaines magnétiques, s'il diminue fortement l'énergie magnétostatique, fait apparaître une énergie de paroi, dépendant du type de paroi, et proportionnelle à la surface des parois présentes dans la tôle. Si l'on néglige les effets magnétoélastiques, la densité superficielle d'énergie ne dépend pas de l'orientation de la paroi dans le cristal. Un comportement anisotrope proviendrait donc des variations de la surface totale des parois lorsque l'aimantation moyenne change de direction.

Malheureusement la structure exacte en domaines et donc celle des parois est extraordinairement compliquée. D'autre part, l'observation des domaines est généralement limitée à l'observation des domaines présents à la surface de la tôle (diagramme de Bitter ou effet Kerr). Ces domaines ne représentent d'ailleurs pas la structure en volume mais montrent la façon dont localement, la surface de la tôle impose une orientation minimisant l'énergie magnétostatique. Il est par exemple frappant de constater, que pour un GO parfait et une orientation de  $\phi_B=90^\circ$  de l'aimantation les domaines observés sont orientés alternativement selon  $[001]$  et  $[00\bar{1}]$  violant apparemment localement la loi de la conservation du flux.

L'observation des parois en volume, bien que possible [STR-88] ne sera jamais, compte tenu de sa lourdeur, qu'une curiosité de laboratoire dont on ne peut tirer aucune information sur le comportement de la tôle.

Nous nous proposons d'évaluer la surface des parois à l'aide de l'hypothèse suivante : la surface des parois séparant deux phases (famille de domaines) est proportionnelle aux fractions volumiques respectives de ces domaines.

La surface des parois à 180° vaut :

$$S_{180} = \alpha. (X.X' + Y.Y' + Y.Y') \quad (\text{IV.21})$$

$$S_{180} = \frac{\alpha}{4} (1 - 4\lambda + 6\lambda^2 + f^2) \quad (\text{IV.22})$$

Tandis que la surface des parois à 90° vaut :

$$S_{90} = \alpha. (X.Y + X.Y' + X.Y + X.Y' + X'.Y + X'.Y' + X'.Y + X'.Y' + Y.Y + Y'.Y' + Y.Y' + Y) \quad (\text{IV.23})$$

soit

$$S_{90} = \alpha. (Y + Y'). (2 - 3(Y + Y')) \quad (\text{IV.24})$$

$$S_{90} = \alpha. (2\lambda - 3\lambda^2) \quad (\text{IV.25})$$

On en déduit l'expression de l'énergie contenue dans les parois :

$$E_p = \gamma S_{90} + 2\gamma S_{180} \quad (\text{IV.26})$$

$\gamma$  est la densité superficielle d'énergie d'une paroi à 90°. Comme une paroi à 180° peut être assimilée à deux parois à 90° accolées, sa densité superficielle d'énergie vaut  $2\gamma$ .

En remplaçant  $S_{90}$  et  $S_{180}$  par leurs valeurs on obtient :

$$E_p = \frac{\gamma\alpha}{2} (1 - f^2) \quad (\text{IV.27})$$

Le résultat est décevant : l'énergie contenue dans les parois ne dépend pas de  $\lambda$  donc de l'orientation de l'aimantation moyenne, on ne peut donc expliquer aussi facilement l'anisotropie observée et les diagrammes polaires de champ en forme de papillons.

Ce résultat est d'autant plus décevant qu'une évaluation approximative quand **B** est parallèle à la direction de laminage (domaines traversant la tôle, de largeur 0,1 à 1mm dans la direction transverse) aboutit à une surface de parois d'environ 1 à 10 m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup> soit une énergie de paroi d'environ de 2 à 20J/m<sup>3</sup> bien trop faible pour expliquer les résultats expérimentaux.

Plusieurs pistes pourraient être exploitées :

1) l'hypothèse qu'une paroi à 180° contient deux fois plus d'énergie qu'une paroi à 90° est une hypothèse sommaire. On sait aussi que l'énergie d'une paroi à 180° dépend de son orientation (le calcul donne  $E_{p(100)} = 2\sqrt{AK}$  et  $E_{p(110)} = 2,9\sqrt{AK}$ ; où A proportionnel à l'énergie d'échange et K la constante d'anisotropie).



Mais l'énergie de paroi est trop faible pour expliquer les observations expérimentales. Il est donc inutile d'affiner le calcul.

2) Il faudrait aussi tenir compte de l'énergie magnétoelastique que nous avons négligée. D'origine magnétocristalline, elle ferait peut être aussi apparaître une variation angulaire. Un calcul approximatif de l'ordre de grandeur de cette énergie qui est mise en jeu par les distorsions du réseau dans une paroi à  $90^\circ$  aboutit à  $20\text{J/m}^3$  environ, ce qui conduit à éliminer cette hypothèse.

3) Enfin nous avons mentionné l'existence d'une structure de domaines de fermeture en surface de l'échantillon, voire à l'intérieur et au voisinage des défauts structuraux (joints de grains, impuretés, ...). A l'intérieur des domaines de fermeture à la surface, l'aimantation est forcément parallèle au plan de la tôle. Pour un échantillon GO réel, dont la désorientation moyenne de texture est de quelques degrés, il existe donc des domaines de fermeture où l'aimantation, parallèle au plan de la tôle, est déviée de la direction de facile aimantation. La structure des domaines de fermeture dépend fortement de l'orientation de l'aimantation moyenne et de la valeur du champ appliqué. Il s'ensuit qu'une énergie d'anisotropie résiduelle doit apparaître dans l'expression de l'énergie de la tôle.

## IV.5 CONCLUSION

Nous avons étudié les processus d'aimantation à travers deux modèles. Dans un premier modèle, nous avons supposé que l'aimantation est homogène. Les fluctuations angulaires de l'énergie magnétique du matériau illustrent son anisotropie.

La constante d'anisotropie que l'on déduit est cependant d'un ordre de grandeur plus faible que celle du FeSi. L'accord entre le modèle et l'expérience n'est pas très satisfaisant, malgré la prise en compte de la désorientation de texture habituellement rencontrée dans les FeSi à grains orientés.

Dans un deuxième modèle on a tenté de prendre en compte la structure en domaines. Mais même dans le cas simple où, en volume, les moments restent alignés selon l'une de leurs directions de facile aimantation, il apparaît difficile d'établir un modèle quantitatif. Nous avons montré que l'énergie stockée dans les parois reste approximativement constante lorsque l'aimantation change de direction tout en gardant le même module. Il faudrait faire intervenir la structure de paroi détaillée pour espérer observer des propriétés anisotropes. Nous pouvons ainsi comprendre pourquoi la constante d'anisotropie apparente introduite dans le premier modèle est si faible : l'énergie magnétique est une énergie magnétocristalline résiduelle stockée soit en surface dans les domaines de fermeture soit près des défauts du matériau.



## **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**



## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble a réalisé au cours de ces dix dernières années deux dispositifs de mesure en champ tournant. Le banc de mesure associé permet une caractérisation complète du matériau en fournissant les pertes et l'évolution des vecteurs  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  dans le plan de la tôle.

Le travail a débuté par une analyse critique de ces dispositifs. Pour ce faire trois types d'échantillons présentant des caractéristiques les plus variées possibles ont été caractérisés. Cette étude comparative a permis d'évaluer la précision de chaque dispositif. Le RSST 300 adapté à des échantillons de grande dimension est actuellement le plus précis. Le RSST 80 donne des résultats tout à fait corrects lors de la mesure des pertes. Pour les champs magnétiques, les écarts de mesure peuvent être importants surtout pour les tôles présentant une perméabilité élevée. Ce cadre reste toutefois intéressant car il permet de caractériser des échantillons de laboratoire. Il mérite bien sûr d'être amélioré, mais peut être utilisé pour des essais comparatifs.

Au cours de cette étude nous avons mis en évidence l'importance de la qualité de la forme circulaire de  $\mathbf{B}$  sur les diagrammes polaires  $H_Y(H_X)$ . En effet, à cause de la non linéarité et de l'anisotropie des matériaux testés, des déformations de  $\mathbf{B}$  de faible niveau modifient fortement le comportement obtenu.

A la suite de cette évaluation, nous avons pu déterminer expérimentalement le comportement magnétique des tôles FeSi GO ou NO à différents niveaux d'induction et à 50 Hz.

Compte tenu des possibilités du banc de mesure, les essais en induction circulaire ont été poussés jusqu'à des fréquences atteignant 400Hz. Nous avons ainsi étudié l'influence de la fréquence sur les pertes magnétiques et sur la loi vectorielle  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ . Pour décrire le comportement des pertes, une réflexion sur les modèles scalaires existants a été menée afin de choisir le modèle le plus pertinent. Notre choix s'est porté sur le modèle de Bertotti et Fiorillo qui est actuellement le plus cohérent. L'application de ce modèle a donné lieu à une critique et une proposition pour obtenir un modèle complet.

L'analyse de la variation au cours du temps de l'amplitude de  $\mathbf{H}$  et de son déphasage avec  $\mathbf{B}$  a permis de comprendre et de décrire qualitativement l'influence de l'hystérésis, de l'anisotropie et des courants induits. Cette étude pourrait être exploitée pour modéliser le comportement dynamique.

Compte tenu de la complexité du comportement dynamique en induction circulaire, nous nous sommes limités ensuite à l'étude du comportement réversible de la tôle GO. Nous avons proposé une nouvelle méthode qui permet d'obtenir le diagramme  $H_Y(H_X)$  réversible. Cette méthode s'avère intéressante car elle permet d'éviter la mise en place d'un banc d'essai en régime quasi-statique nécessitant des équipements particuliers.

La validation de la méthode proposée s'avère concluante, elle permet ainsi de décrire d'une manière cohérente le comportement réversible et de mettre en valeur le caractère non linéaire et anisotrope de la tôle GO.

L'étude du comportement réversible nous a permis d'évaluer un premier modèle : la tôle est un cristal Goss dont la constante d'anisotropie est faible. L'introduction d'une distribution de texture autour de l'orientation Goss améliore le modèle sans pour autant le rendre complètement satisfaisant.

Dans le domaine d'aimantation étudié, la structure en domaines gouverne le comportement magnétique. Nous avons montré que l'énergie de paroi reste faible et approximativement indépendante de l'orientation de l'aimantation moyenne. Une évaluation quantitative devrait tenir compte des imperfections métallurgiques de la tôle (joints de grains, inclusions) et de la désorientation de texture qui contribuent toutes à l'existence d'une énergie magnétostatique résiduelle dont il reste à montrer le caractère anisotrope.

Cette étude a permis d'avancer dans le domaine de la caractérisation magnétique sous excitation bidimensionnelle et dans la compréhension du comportement du matériau. Elle a permis de dégager les problèmes associés au RSST et à son alimentation et d'interpréter les propriétés observées que ce soit au niveau des pertes ou de  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ . Il est important de continuer de progresser dans ces deux voies afin d'aboutir à une explication quantitative.

Au niveau de l'instrumentation, il faut augmenter l'induction et la fréquence de travail (à 400Hz nous étions limités à 1T). Ceci doit se faire suite à une analyse des fuites magnétiques dans les dispositifs. Le cadre RSST 80 pourrait de plus être équipé d'une deuxième bobine de mesure de champ. Pour les deux RSST il est souhaitable de mettre en place le système des pointes conductrices pour faciliter les mesures de  $\mathbf{B}$ .

Actuellement, une étude est menée en parallèle au laboratoire, pour développer un asservissement numérique du banc de mesure et pour adapter son alimentation afin de générer des formes d'ondes quelconques. On pourra alors reproduire les variations du flux réellement rencontrées dans les circuits magnétiques des machines et analyser leurs incidences sur les propriétés magnétiques.

En ce qui concerne l'interprétation des données expérimentales, il apparaît nécessaire de prendre en compte plus finement les phénomènes microscopiques ( structure et forme de parois et domaines, comportement collectif et cohérent des domaines constituant les "objets magnétiques " introduits par Bertotti, etc.).

Cependant notre objectif est d'aboutir à une modélisation que nous qualifierons d'électrotechnique, c'est à dire susceptible d'être utilisée pour simuler ou prédire le comportement des machines électriques. Il conviendra donc que cette modélisation soit intégrable dans les bibliothèques de logiciels de calcul, simple à utiliser, et peu gourmande en temps de calcul.

## **BIBLIOGRAPHIE**





## BIBLIOGRAPHIE

**[BER-85] G. BERTOTTI**

"Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. I. theoretical consideration and II. Analysis of experimental results"

J. Appl. Phys. Vol. 57, NO. 6, 15 March 1985. pp 2110-2126

**[BER-94] G. BERTOTTI, A. CANOVA, M. CHIAMPI, D. CHIRABAGLIO, F. FIORILLO, A.M. RIETTO**

"Core loss prediction combining physical models with numerical field analysis"

JMMM. 133, 1994, pp 647-650

**[BOZ-32] R.M. BOZORTH**

"The theory of ferromagnetic anisotropy of single crystals"

Phys. Rev, Vol. 42, 1932, pp 882-892

**[BOZ-51] R.M. BOZORTH**

"Ferromagnetism"

D. Van Nostrand Company, Princeton, New Jersey, 1951

**[BRI-97] P. BRISSONNEAU**

"Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique"

Editions Hermès, Paris, 1997

**[DED-90] J.M. DEDULLE**

"Contribution à la modélisation bidimensionnelle et tridimensionnelle des phénomènes d'anisotropie dans les transformateurs triphasés"

Thèse de L'INPG, Grenoble 1990

**[DIN-83] A. DI NAPOLI**

"A model of anisotropic grain-oriented steel".

IEEE Trans. on Mag. Vol. 19, N°. 4, 1983, pp 1557-1561

**[ENO-93] M. ENOKIZONO, T. TOKADA and S. KANAO**

"Two-dimensional magnetic properties of silicon steel sheet subjected to a rotating field"

IEEE Trans. on Mag. Vol. 29, N°. 6, November 1993, pp 3550-3552

**[FAS-63] G.M FASHING, H. HOFMAN**

"Les vecteurs **B** et **H** dans les champs faibles dans les tôles anisotrope"

(en allemand)

Z. Angew. Phys. Vol. 17, 1963, pp 244-247

**[GEO-88] O. GEOFFROY**

"Détermination des pertes développées dans une tôle magnétique en champ tournant"

Rapport de stage de DEA, Juin 1988

**[HEI-31] W. HEISENBERG**

"De la théorie de la magnétostriction et des courbes d'aimantation"

(en allemand)

Z.Physik, Vol. 69, 1931 pp 287-297

**[HUT-68] D. HUTTENLOHER, H.W. LORENZEN, D. NUSCHELER**

"Investigation of the importance of the anisotropy of cold electrical steel sheet"

IEEE Trans. on Mag. Vol. 20, N°. 5, 1984, pp 1968-1970

**[KED-87] A. KEDOUS-LEBOUC**

"Réalisation d'un banc automatique de type cadre à bande unique pour la caractérisation des matériaux magnétiques"

Rapport de fin de contrat de recherche, LEG-USINOR 1987

[KED-96] A. KEDOUS-LEBOUC, N. NENCIB, B. CORNUT AND S. SPORNIC

"A new hysteresis loop for rotational losses"

JMMM 160, 1996, pp 45-46

[MEK-95] M. MEKHICHE

"Introduction de la texture cubique dans les dispositifs electrotechniques "

Thèse de L'INPG, Grenoble 1995

[MOU-94] D. MOUSSAOUI

"Analyse du modèle de prédiction des pertes magnétiques developpé par Bertotti et Fiorillo en régime d'induction sinusoidale et quelconque"

Rapport de stage de DEA, Juin 1994

[NAK-75] T. NAKATA, Y. ISHIHARA, K. YAMADA AND A.SASANO

"Non linear analysis of rotating flux in the T-joint of a three-phase, three limbed transformer core"

Proceedings of the Soft Magnetic Materials 2 Conference, 1975, pp 57-62

[NEE-44] L. NEEL

" Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer"

J. Phys. Rad., Vol. 5, 1944, pp 241-251

[NEN-94] N. NENCIB

"Conception et validation d'un dispositif de caractérisation magnétique sous excitation bidimensionnelle. Comportement des tôles FeSi en "champ tournant""

Thèse de L'INPG, Grenoble 1994

[NEN-95] N. NENCIB, A. KEDOUS-LEBOUC AND B. CORNUT

"2D Analysis of Rotationnal Loss Tester"

IEEE Tans. on Mag, Vol. 31, N°. 6, 1995, pp 3388-3390

[NEN-96] N. NENCIB, A. KEDOUS-LEBOUC AND B. CORNUT

"Experimental analysis of the field distribution in a large RSST"

JMMM 160, 1996, pp 171-173

[NEN-96-1] N. NENCIB, A. KEDOUS-LEBOUC AND B. CORNUT

"Performance evaluation of a large rotational single sheet tester"

JMMM 160, 1996, pp 174-176

[PER-94] T. PERA

"Lois anisotropes et non linéaires : modélisation et validation expérimentale "

Thèse de L'INPG, Grenoble 1994

[PFÜ-92] H. PFÜTZNER

"Fundamental aspects of measuring field quantities and losses in anisotropic soft materials"

Proceedings of the Second International Workshop on Two Dimensional Magnetic Measurement and Properties, Oita, Japan 1992

[SIE-93] J. SIEVERT

"Studies on the measurement of two-dimensional magnetic phenomena in electrical sheet steel at PTB"

Proceeding of First International Workshop on Magnetic Properties of Electrical Sheet Steel under Two-Dimensional Excitation, PTB-E- 43, 1992, pp 102-116

[SHE-87] D. SHEN

"Contribution à la modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques"

Thèse de L'INPG, Grenoble 1987

[SPO-95] S. SPORNIC

"Détermination et analyse des pertes magnétiques en régime d'induction tournante"

Rapport de stage de DEA, 1995

[SPO-96] S. SPORNIC, D. MOUSSAOUI, A. KEDOUS-LEBOUC AND B. CORNUT

"Frequency magnetic behaviour of SiFe sheets in a rotational field "

JMMM. 160, 1996, pp 147-148

[STR-88] H. STROTHMANN

"Behaviour and thickness of Bloch walls in an Fe(4 at. % Si) single crystal by means of neutron refraction above 580°C"

Physica Scripta. Vol.40, 1989, pp 252-256

[ZHU-95] J.G. ZHU, V.S. RAMSDEN, AND SIEVERT

"Modeling of Rotational Hysteresis Loss in Electrical Sheet Steels."

The International Symposium on Non-Linear Electromagnetic Systems, Cardiff, UK, Sept 1995

[ZOU-91] S. ZOUZOU

"Contribution à l'étude des pertes magnétiques en champ tournant"

Thèse de L'INPG, Grenoble 1991



# **ANNEXE**





## ANNEXE

RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION DE LA DIFFUSION DANS  
L'HYPOTHÈSE D'UN MATÉRIAU LINÉAIRE

L'équation de la diffusion:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - \mu_d \sigma \frac{\partial B}{\partial t} = 0$$

admet des solutions de la forme :  $B(x,t) = A e^{\alpha x + \beta t} \sin(\alpha' x + \beta' t)$

On dérive :  $\frac{\partial B}{\partial t} = A \beta e^{\alpha x + \beta t} \sin(\alpha' x + \beta' t) + A \beta' e^{\alpha x + \beta t} \cos(\alpha' x + \beta' t)$

de même :

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = A \alpha^2 e^{\alpha x + \beta t} \sin(\alpha' x + \beta' t) + 2 A \alpha \alpha' e^{\alpha x + \beta t} \cos(\alpha' x + \beta' t) - A \alpha'^2 e^{\alpha x + \beta t} \sin(\alpha' x + \beta' t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 - \alpha'^2 - \mu_d \sigma \beta = 0 \\ 2 \alpha \alpha' - \mu_d \sigma \beta' = 0 \end{cases}$$

L'induction en surface est :  $B_s \sin(\omega t + \varphi)$

on a donc :  $B\left(-\frac{e}{2}, t\right) = B_s \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \beta = 0 \text{ et } \beta' = \omega$

(e : épaisseur de la tôle)

on en déduit :  $\alpha = \alpha' = \pm \sqrt{\frac{\mu_d \sigma \omega}{2}}$

Les solutions sont de la forme:  $B(x,t) = A e^{\alpha x} \sin(\omega t + \alpha x) + B e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \alpha x)$

par symétrie :  $B(x,t) = B(-x,t) \Rightarrow A = B$

donc :  $B(x,t) = A [e^{\alpha x} \sin(\omega t + \alpha x) + e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \alpha x)]$

$$= A [e^{\alpha x(1+i)} \sin(\omega t) - e^{\alpha x(1-i)} \sin(\omega t)] = 2A \operatorname{ch}((1+i)\alpha x) \sin(\omega t)$$

$$B\left(-\frac{e}{2}, t\right) = 2A \operatorname{ch}\left((1+i)\alpha \frac{e}{2}\right) \sin(\omega t) = B_s \sin(\omega t) \quad (1)$$

Calculons l'induction moyenne dans l'épaisseur de la tôle :

$$\overline{B}(t) = \frac{1}{e} \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} B(x, t) dx = 2 \frac{A}{e} \sin(\omega t) \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \text{ch}((1+i)\alpha x) dx$$

$$\overline{B}(t) = \frac{2A}{e} \sin(\omega t) \left[ \frac{\text{sh}[(1+i)\alpha x]}{(1+i)\alpha} \right]_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} = \frac{2A}{e} \sin(\omega t) \frac{2 \text{sh}[(1+i)\alpha e]}{(1+i)\alpha}$$

D'après (1):  $\overline{B} = \frac{2B_s}{\alpha e} \frac{1}{(1+i)} \text{th}\left((1+i)\alpha \frac{e}{2}\right)$

comme :  $\text{th}[(1+i)x] = \frac{e^{(1+i)x} - e^{-(1+i)x}}{e^{(1+i)x} + e^{-(1+i)x}} = \frac{\cos x \text{sh} x + i \sin x \text{ch} x}{\cos x \text{ch} x + i \sin x \text{sh} x}$

on a :  $|\text{th}[(1+i)x]| = \sqrt{\frac{\cos^2 x \text{sh}^2 x + \sin^2 x \text{ch}^2 x}{\cos^2 x \text{ch}^2 x + \sin^2 x \text{sh}^2 x}} = \sqrt{\frac{\sin^2 x + \text{sh}^2 x}{\cos^2 x + \text{sh}^2 x}} = \sqrt{\frac{\text{ch} 2x - \cos 2x}{\text{ch} 2x + \cos 2x}}$

et

$$\arg(\text{th}[(1+i)x]) = \text{atg}\left(\frac{\sin x \text{ch} x}{\cos x \text{sh} x}\right) - \text{atg}\left(\frac{\sin x \text{sh} x}{\cos x \text{ch} x}\right) = \text{atg}\left(\frac{\frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x \text{sh} x \text{ch} x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}\right) = \text{atg}\left(\frac{\frac{\sin 2x}{\text{sh} 2x}}{\cos^2 x + \sin^2 x}\right) = \text{atg}\left(\frac{\sin 2x}{\text{sh} 2x}\right)$$

$$|\overline{B}| = |B_s| \frac{\sqrt{2}}{\alpha e} \sqrt{\frac{\text{ch} \alpha e - \cos \alpha e}{\text{ch} \alpha e + \cos \alpha e}}$$

et  $\arg(\overline{B}) = \arg(B_s) - \frac{\pi}{4} + \text{atg}\left(\frac{\sin \alpha e}{\text{sh} \alpha e}\right)$

avec  $\alpha = \sqrt{\frac{\mu_d \sigma \omega}{2}}$

Cette relation permet donc de retrouver l'induction en surface à partir de l'induction moyenne et inversement.



## Résumé

Le but de notre étude est d'analyser et de comprendre les propriétés dynamiques et statiques des tôles utilisées en Génie Electrique, quand elles sont soumises à un champ tournant. Nous avons réalisé au début une étude comparative des deux dispositifs de mesure en champ tournant existants au laboratoire. Le RSST 300 donne de meilleurs résultats, si le RSST 80 donne des mesures correctes pour les pertes. On observe des écarts qui peuvent être importants pour les champs. Ensuite nous avons proposé une méthode pour d'obtenir un comportement réversible d'une tôle FeSi GO à partir des mesures dynamiques. La méthode est testée pour une fréquence allant de 10 à 400Hz. Toutes les caractéristiques obtenues entre 10 et 200Hz sont identiques cela confirme la validité de notre approche. La caractéristique  $B(H)$  obtenue est prise en compte par un modèle basé sur le calcul de l'énergie totale. Une vérification du modèle a été effectuée. Elle aboutit à une critique et une interprétation pour mieux tenir compte des phénomènes observés.

## Abstract

The aim of our study is to analyse and understand the static and dynamic behavior of magnetic sheets, used in electrical engineering, when they are submitted to a rotational magnetic field. Comparative study is done at first between two devices of Rotational Single Sheet Tester existing in laboratory. The magnetic characteristics are well measured by RSST 300. The difference's observed on the losses can be considered satisfying. However H measurement discrepancies can be higher than losses. After we propose a method for obtaining the reversible  $B(H)$  law from dynamic tests. The method is investigated for GO FeSi and in frequency range between 10 to 400Hz, under constant circular induction. All the reversible characteristics are identical from 10 to 200Hz. This confirms the validity of the approach. The obtained  $B(H)$  characteristic is taken into account by a model based on total energy evaluation. An experimental checking of the model has been done. It permits to evaluate performers of the model and interpret the observing phenomena in order to take them into account.

## Mots-Clés

Champ tournant, Pertes magnétiques, Caractérisation magnétique, Anisotropie, Caractéristique réversible, Modélisation magnétique, Tôles magnétiques.